ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ ΦΥΣΙΚΗΣ Λυκείου "ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΗΣ" 2027 - Γ΄ Τάξη

20/11/2026

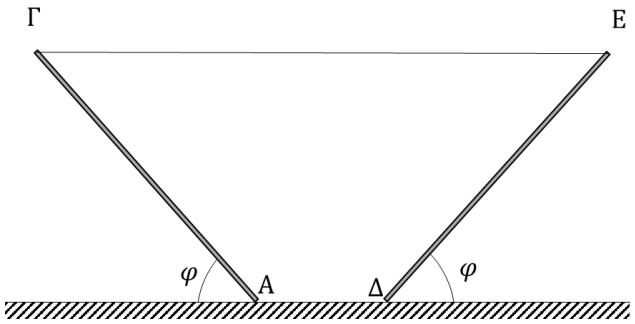
ΟΔΗΓΙΕΣ

1. Η αναλυτική λύση των θεμάτων θα γίνει γραπτώς σε τετράδιο ή σε φύλλα Α4 που θα σας δοθούν. Στον κατάλληλο χώρο του τετραδίου ή στην πρώτη σελίδα Α4 θα αναγράψετε τα ονομαστικά στοιχεία σας
2. Όλα τα ζητούμενα αριθμητικά αποτελέσματα πρέπει ΟΠΩΣΔΗΠΟΤΕ να μεταφερθούν στο ***Φύλλο Απαντήσεων*** που θα βρείτε αμέσως μετά τις εκφωνήσεις και το τυπολόγιο.
3. Όπου ζητούνται γραφήματα θα σχεδιαστούν στους ειδικούς χώρους του ***Φύλλου Απαντήσεων***.
4. Στο τέλος της εξέτασης θα παραδώσετε το τετράδιο (ή τα φύλλα Α4) με τις αναλυτικές λύσεις σας ΜΑΖΙ με το Φύλλο Απαντήσεων.
5. Το Φύλλο Απαντήσεων θα συρραφεί στο τετράδιο (ή στα φύλλα Α4).
6. Τα ονομαστικά στοιχεία θα καλυφθούν με μαύρο αυτοκόλλητο.

ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ

1ο ΘΕΜΑ

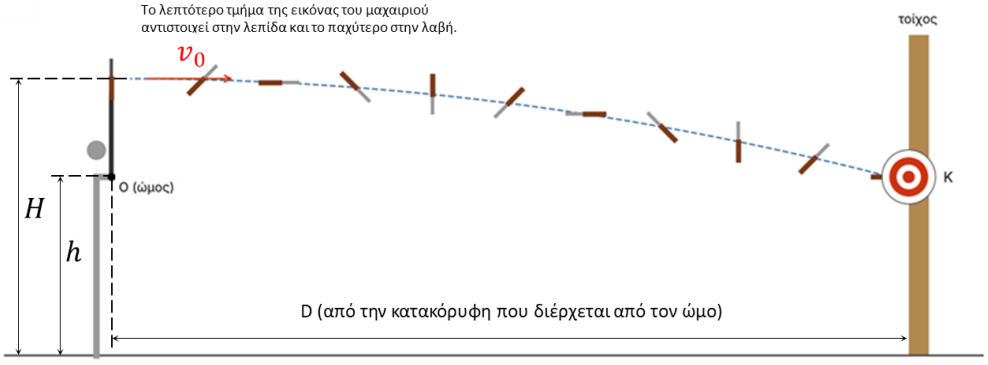
Α.1. Δύο ομογενείς ράβδοι ίσων μηκών $(A\Gamma) = (\Delta E) = l$ και ίσων βαρών $w_{A\Gamma} = w_{\Delta E} = w$, συγκρατούνται από ιδανικό νήμα (ΓE), βλ. σχ., σε κατακόρυφο επίπεδο, σχηματίζοντας ίσες γωνίες φ με το οριζόντιο έδαφος. Ο συντελεστής στατικής τριβής κάθε ράβδου με το έδαφος είναι $\mu = 0{,}5$.



Α.1.1. Να αποδείξετε ότι η ελάχιστη τιμή φ_{min} της γωνίας για την οποία έχουμε ισορροπία του συστήματος ισούται με $\frac{\pi}{4}$.

Α.1.2. Σε αυτή την οριακή περίπτωση, ποιο πρέπει να είναι το ελάχιστο όριο θραύσης $F_{\nu\eta\mu,\theta\rho,\min}$ του νήματος για να ισορροπεί το σύστημα, αν κάθε ράβδος έχει βάρος $w = 100N$;

Α.2. Ένας ρίπτης μαχαιριών εκτοξεύει ένα μαχαίρι (το ΚΜ του οποίου, σημείο έστω Z, είναι στο μέσο του μήκους του μαχαιριού) προς έναν κατακόρυφο ξύλινο τοίχο. Το χέρι του, μαζί με το μαχαίρι, στρέφεται σε κατακόρυφο επίπεδο γύρω από σταθερό σημείο Ο (τον ώμο), από πίσω προς τα εμπρός, πάνω από το κεφάλι του, με σταθερή γωνιακή ταχύτητα Ω. Ο ρίπτης κρατά το μαχαίρι σφιχτά από το άκρο της λαβής, έτσι ώστε το μαχαίρι να αποτελεί προέκταση του χεριού του και να στρέφεται μαζί με το χέρι ως ένα ενιαίο στερεό.



Η τροχιά του κέντρου μάζας και ο προσανατολισμός του μαχαιριού κατά την πτήση.

Ο ρίπτης αφήνει το μαχαίρι τη στιγμή που το χέρι του είναι κατακόρυφο, με το μαχαίρι πάνω από τον ώμο και τη μύτη του να δείχνει προς τα πάνω. Μπορείτε να θεωρήσετε γνωστό,

χωρίς να χρειάζεται να το αποδείξετε, ότι την στιγμή που ο ρίπτης αφήνει το μαχαίρι, αυτό έχει γωνιακή ταχύτητα ως προς το Z μέτρου επίσης Ω. Ο τοίχος απέχει οριζόντια απόσταση D από την κατακόρυφη που διέρχεται από τον ώμο. Το μαχαίρι «καρφώνεται σωστά» όταν, τη στιγμή που η μύτη του αγγίζει τον τοίχο, η λεπίδα είναι οριζόντια.

Δεδομένα

- Μήκος μαχαιριού $\ell = 0{,}30\ m$. Το μαχαίρι θεωρείται λεπτή ομογενής ράβδος.
- Μήκος τεντωμένου χεριού (δηλ. απόσταση του ώμου O από το άκρο της λαβής του μαχαιριού που είναι το σημείο από όπου κρατιέται το μαχαίρι): $L = 0{,}65\ m$.
- Ύψος του ώμου από το έδαφος: $h = 1{,}45\ m$.
- $g = 10\ m/s^2$. Όπου χρειάζεται, $\pi \approx 3{,}14$.

Παραδοχές

- Η αντίσταση του αέρα αγνοείται.
- Ο καρπός είναι άκαμπτος: μέχρι τη στιγμή της απελευθέρωσης, χέρι και μαχαίρι συμπεριφέρονται ως ένα στερεό που στρέφεται γύρω από το Ο.
- Η απελευθέρωση είναι στιγμιαία και δεν μεταβάλλει την γραμμική ή την γωνιακή ταχύτητα του μαχαιριού.
- Θεωρούμε ότι το μαχαίρι φτάνει στον τοίχο πριν έρθει σε επαφή με το έδαφος.

Α.2.1. Στην πραγματικότητα οι ρίπτες μαχαιριών μετρούν πολύ προσεκτικά με βήματα την απόσταση που απέχουν από τον τοίχο. Να βρείτε τη συνθήκη που πρέπει να ικανοποιεί η απόσταση D, η οποία το δικαιολογεί αυτό.

Α.2.2. Αντί για όλο τον κατακόρυφο τοίχο θέλουμε τώρα το μαχαίρι να καρφωθεί στο κέντρο ενός στόχου που έχει κρεμαστεί στον τοίχο σε ύψος μικρότερο του H (βλ. σχ.). Πλην της απόστασης, την τιμή ποιου άλλου φυσικού μεγέθους πρέπει να ρυθμίσει με προσοχή ο ρίπτης;

Υπόδειξη: Να αναλύσετε την κίνηση του μαχαιριού σε μεταφορική και στροφική.

2ο ΘΕΜΑ

Μικρό σώμα Α, κινούμενο χωρίς τριβές σε λεία οριζόντια επιφάνεια με ταχύτητα υ_A και κινητική ενέργεια K_A, συναντά δεύτερο, ακίνητο, μικρό σώμα Β, στο οποίο προσκρούει κεντρικά και ελαστικά.

Β.1. Να βρείτε τις αλγεβρικές εκφράσεις των ταχυτήτων υ'_A και υ'_B των σωμάτων μετά την κρούση, συναρτήσει του λόγου $\lambda = \frac{m_A}{m_B}$ των μαζών τους. Στο μιλιμετρέ χαρτί που θα βρείτε στο Φύλλο Απαντήσεων να σχεδιάσετε, στο ίδιο σύστημα αξόνων, τις αντίστοιχες γραφικές παραστάσεις για $\lambda \in (0\ ,+\infty)$ και να τις σχολιάσετε για τις περιπτώσεις i) $\lambda \to 0$, ii) $\lambda = 1$ και iii) $\lambda \to +\infty$.

Β.2. Να βρείτε τις αλγεβρικές εκφράσεις των κινητικών ενεργειών K'_A και K'_B των σωμάτων μετά την κρούση, συναρτήσει του λόγου $\lambda = \frac{m_A}{m_B}$ των μαζών τους. Στο μιλιμετρέ χαρτί που θα βρείτε στο Φύλλο Απαντήσεων να σχεδιάσετε, στο ίδιο σύστημα αξόνων, τις αντίστοιχες

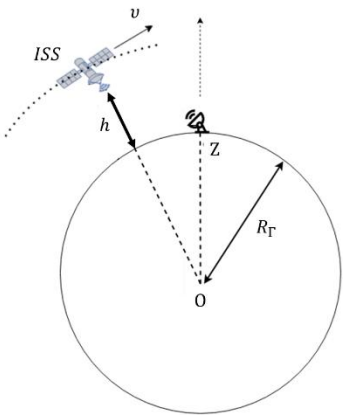
γραφικές παραστάσεις για $\lambda \in (0\,, +\infty)$ και να τις σχολιάσετε για i) $\lambda \to 0$, ii) $\lambda = 1$, iii) $\lambda \to +\infty$ και iv) τα σημεία τομής των δύο γραφικών παραστάσεων.

3ο ΘΕΜΑ



Ο Αδριανός Γολέμης είναι ο πρώτος Έλληνας αστροναύτης που υπηρετεί στον Ευρωπαϊκό Οργανισμό Διαστήματος (ESA). Το Καλοκαίρι του 2027 θα ταξιδέψει στον Διεθνή Διαστημικό Σταθμό (ISS), ο οποίος βρίσκεται σε τροχιά γύρω από την Γη, όπου θα παραμείνει για δύο εβδομάδες, συμμετέχοντας στην διεξαγωγή ποικιλίας επιστημονικών πειραμάτων. Σε πρόσφατη (2/11/2026) ανάρτησή του στα κοινωνικά δίκτυα (https://www.linkedin.com/feed/update/urn:li:activity:7522944620268441600/), αναφέρθηκε στην ραδιοεπικοινωνία των επιβατών του ISS με την Γη και στην φαινομενική μεταβολή της συχνότητας εκπομπής από τον Διαστημικό Σταθμό, λόγω της κίνησής του ως προς τον επίγειο Σταθμό Λήψης. Όπως αναφέρει στην ανάρτησή του, κατά την διάρκεια της αποστολής του θα επικοινωνήσει με παιδιά που φοιτούν σε διάφορα σχολεία της Ελλάδας. Συνεπώς, μέρος της εκπαίδευσής του σχετίζεται με την χρήση ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων UHF και VHF και την εξοικείωσή του με αυτή την μεταβολή συχνότητας, η οποία υποχρεώνει τους Τεχνικούς του Σταθμού Λήψης να μεταβάλλουν διαρκώς την συχνότητα συντονισμού του δέκτη τους κατά την διάρκεια της επικοινωνίας.

Η μεταβολή αυτή είναι μία εκδήλωση του Φαινομένου Doppler, που παρατηρείται σε όλα τα κύματα, όταν η πηγή και ο δέκτης βρίσκονται σε σχετική κίνηση. Για την περίπτωση κινούμενης πηγής και ακίνητου δέκτη, ο τελευταίος καταγράφει κύμα συχνότητας $f_\delta = \left(\frac{\upsilon}{\upsilon \mp \upsilon_\pi}\right) f_\pi$, όπου f_π είναι η συχνότητα της πηγής, υ η ταχύτητα διάδοσης του κύματος, και υ_π η ταχύτητα κίνησης της πηγής στην διεύθυνση πηγή-δέκτης. Το '$-$' ισχύει για την περίπτωση προσέγγισης και το '$+$' για την περίπτωση απομάκρυνσης. Στο παράδειγμα που μελετάμε, επειδή η ταχύτητα του ISS είναι πολύ μικρότερη από την ταχύτητα διάδοσης του κύματος (που είναι η ταχύτητα του φωτός), ο τύπος αυτός χρησιμοποιείται προσεγγιστικά.

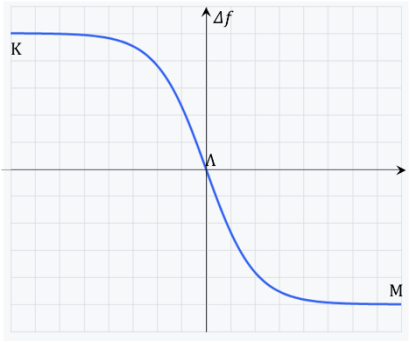


Ως πρώτη προσέγγιση, θα θεωρήσουμε ότι ο ISS εκτελεί κυκλική ομαλή κίνηση, ωρολογιακής φοράς, γύρω από την (ακίνητη και τελείως σφαιρική) Γη σε ύψος $h = 400\,km$ από το έδαφος, με περίοδο $T_{ISS} \cong 90\,min$, ότι τα κύματα που εκπέμπει διαδίδονται ευθύγραμμα στην ατμόσφαιρα και λαμβάνονται από έναν επίγειο δέκτη Z, ο οποίος ανήκει στο επίπεδο της τροχιάς του ISS.

Γ.1. Αγνοώντας την επίδραση της ατμόσφαιρας και θεωρώντας την διάδοση των κυμάτων ευθύγραμμη, να βρείτε την χρονική διάρκεια Δt κατά την οποία είναι δυνατή η επικοινωνία με τον επίγειο σταθμό.

Γ.2. Στο σχήμα που θα βρείτε στο Φύλλο Απαντήσεων να σημειώσετε με Α και Β τα σημεία της τροχιάς του ISS που αντιστοιχούν στις χρονικές στιγμές έναρξης και λήξης της επικοινωνίας.

Γ.3. Η μεταβολή $\Delta f = f_\delta - f_\pi$ της συχνότητας στον δέκτη περιγράφεται από το διπλανό σχήμα.



Γ.3.1. Ποιο από τα σημεία Κ και Μ αντιστοιχεί στο σημείο Α της τροχιάς και ποιο στο σημείο Β; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Γ.3.2. Σε ποιο σημείο της τροχιάς αντιστοιχεί το σημείο Λ; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Γ.3.3. Ποια φυσικά μεγέθη θα μπορούσαν να αντιστοιχούν στον οριζόντιο άξονα της γραφικής παράστασης; Να αιτιολογήσετε ποιοτικά την απάντησή σας. Σε ποια θέση του ISS αντιστοιχεί η τιμή 0 του οριζόντιου άξονα;

Γ.4. Λόγω τριβών με τα ανώτερα στρώματα της ατμόσφαιρας, ο ISS χάνει ύψος, οπότε πρέπει οι κινητήρες του να τίθενται περιοδικά σε λειτουργία, ώστε να διορθώνεται η τροχιά του. Για μια νέα κυκλική τροχιά, μικρότερης ακτίνας από την προβλεπόμενη, ποιες αλλαγές θα προκύψουν στην γραφική παράσταση που δόθηκε στο ερώτημα Γ.3; Στο σχήμα που θα βρείτε στο Φύλλο Απαντήσεων να σχεδιάσετε τη νέα γραφική παράσταση (συμπεριλαμβάνοντας τα σημεία K', Λ' και M', αντίστοιχα των K, Λ και M) και να αιτιολογήσετε τις διαφορές που παρουσιάζει σε σύγκριση με την ήδη σχεδιασμένη, που αντιστοιχεί στην αρχική τροχιά.

Για τους υπολογισμούς, να θεωρήσετε $R_\Gamma = 6400\ km$. Δίνεται $συν\ 20° \cong \frac{16}{17}$.

ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ

Στο σχήμα παριστάνεται μια πειραματική διάταξη μελέτης απλών αρμονικών ταλαντώσεων. Ένα καροτσάκι κινείται σε οριζόντια αεροτροχιά και συνδέεται με δύο όμοια ελατήρια, σταθεράς k το καθένα, στερεωμένα στα δύο άκρα της τροχιάς.



Οι τριβές και η αντίσταση του αέρα θεωρούνται αμελητέες. Τα ελατήρια έχουν αμελητέα μάζα και υπακούουν στον νόμο του Hooke σε όλη τη διάρκεια της κίνησης. Τα βαρίδια παραμένουν ακίνητα ως προς το καροτσάκι.

Η μάζα του καροτσιού είναι $100{,}0\ g$. Προστίθενται βαρίδια των $25{,}0\ g$, ώστε η συνολική ταλαντούμενη μάζα m να παίρνει επτά τιμές από $100{,}0\ g$ έως $250{,}0\ g$. Οι μάζες έχουν μετρηθεί με ηλεκτρονικό ζυγό.

Για κάθε τιμή της μάζας, οι μαθητές εκτρέπουν το καροτσάκι από τη θέση ισορροπίας του προς τα δεξιά κατά $5{,}0\ cm$ και το αφήνουν ελεύθερο από την ηρεμία. Με ψηφιακό χρονόμετρο μετρούν το χρονικό διάστημα Δt δέκα πλήρων ταλαντώσεων. Στον Πίνακα 1 που θα βρείτε στο Φύλλο Απαντήσεων δίνονται οι ενδείξεις του χρονομέτρου.

Οι αβεβαιότητες των μαζών θεωρούνται αμελητέες για την επεξεργασία των δεδομένων. Στους ενδιάμεσους υπολογισμούς να διατηρήσετε επαρκή ψηφία, ώστε να περιορίσετε τα σφάλματα στρογγυλοποίησης.

Η Μέθοδος Ελαχίστων Τετραγώνων

Οι πειραματικές μετρήσεις παρουσιάζουν σφάλματα, με αποτέλεσμα τα σημεία ενός διαγράμματος να μην βρίσκονται συνήθως ακριβώς πάνω στη θεωρητικά αναμενόμενη γραμμή. Η Μέθοδος Ελαχίστων Τετραγώνων (Μ.Ε.Τ.) επιτρέπει τον προσδιορισμό μιας γραμμής που προσεγγίζει συνολικά τα πειραματικά σημεία.

Στη γραμμική περίπτωση αναζητούμε ευθεία της μορφής:

$$Y = a + bX$$

Ο συντελεστής a είναι η τεταγμένη επί την αρχή και ο συντελεστής b είναι η κλίση της ευθείας. Για η ζεύγη τιμών $(X_\mathrm{i}, Y_\mathrm{i})$, η Μ.Ε.Τ. προσδιορίζει τα a και b ελαχιστοποιώντας το άθροισμα των τετραγώνων των κατακόρυφων αποκλίσεων:

$$S = \Sigma(Y_\mathrm{i} - a - bX_\mathrm{i})^2$$

Για την εφαρμογή της μεθόδου δίνονται οι σχέσεις:

$$D = n\Sigma {X_\mathrm{i}}^2 - (\Sigma X_\mathrm{i})^2$$

$$a = \frac{(\Sigma {X_\mathrm{i}}^2)(\Sigma Y_\mathrm{i}) - (\Sigma X_\mathrm{i})(\Sigma X_\mathrm{i} Y_\mathrm{i})}{D}$$

$$b = \frac{n\Sigma X_\mathrm{i} Y_\mathrm{i} - (\Sigma X_\mathrm{i})(\Sigma Y_\mathrm{i})}{D}$$

Σε όλες τις παραπάνω σχέσεις, το σύμβολο Σ δηλώνει άθροιση για $i = 1, 2, \ldots, n$. Για παράδειγμα, $\Sigma X_\mathrm{i} = X_1 + X_2 + \ldots + X_\mathrm{n}$. Στο συγκεκριμένο πείραμα $n = 7$.

Μια σχέση που δεν είναι γραμμική ως προς τα αρχικά μεγέθη μπορεί να αποκτήσει γραμμική μορφή με κατάλληλη επιλογή των μεταβλητών X και Y. Για παράδειγμα, η σχέση $s = \frac{1}{2}\alpha t^2$ γίνεται γραμμική αν επιλεγούν $X = t^2$ και $Y = s$, όπου α είναι σταθερή επιτάχυνση και η αρχική ταχύτητα είναι μηδενική.

Στην επεξεργασία που ακολουθεί να εφαρμοστούν οι παραπάνω σχέσεις χωρίς να επιβληθεί εκ των προτέρων διέλευση της ευθείας από την αρχή των αξόνων.

Δ.1. Να συμπληρώσετε τις κενές στήλες και τα ζητούμενα αθροίσματα του Πίνακα 1.

Δ.2. Να δείξετε ότι το καροτσάκι εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση και να βρείτε τη σχέση που συνδέει την περίοδό του T με τη συνολική ταλαντούμενη μάζα m και τη σταθερά k κάθε ελατηρίου.

Δ.3. Να εξηγήσετε γιατί αναμένουμε η γραφική παράσταση του τετραγώνου της περιόδου $T^2(s^2)$ σε συνάρτηση με τη μάζα $m\ (kg)$ να είναι ευθεία. Να προσδιορίσετε τις μεταβλητές

X και Y για την εφαρμογή της Μ.Ε.Τ. και τις θεωρητικά αναμενόμενες εκφράσεις των συντελεστών a και b.

Δ.4. Να εφαρμόσετε τη Μ.Ε.Τ. για να υπολογίσετε τους συντελεστές a και b με τις μονάδες τους. Να γράψετε την εξίσωση της ευθείας που προκύπτει. Στο ίδιο διάγραμμα να τοποθετήσετε τα πειραματικά σημεία $T^2 = f(m)$ και να σχεδιάσετε την ευθεία της Μ.Ε.Τ. Για τους υπολογισμούς σας μπορείτε να χρησιμοποιήσετε τον Πίνακα 2 που θα βρείτε στο Φύλλο Απαντήσεων.

Στις επικεφαλίδες του Πίνακα 2 να συμπληρώσετε και τις αντίστοιχες μονάδες.

Δ.5. Να εξηγήσετε πώς από την κλίση της ευθείας υπολογίζεται η σταθερά k κάθε ελατηρίου και να την υπολογίσετε. Δεν ζητείται ο υπολογισμός του σφάλματος της k.

Δ.6. Γιατί οι μαθητές μετρούν τον χρόνο δέκα πλήρων ταλαντώσεων και όχι απλώς τον χρόνο μίας πλήρους ταλάντωσης;

ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ ΦΥΣΙΚΗΣ Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΚΡΟΥΣΕΙΣ-ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΣΤΕΡΕΟΥ ΣΩΜΑΤΟΣ

$$v_1 + v_1' = v_2 + v_2' \qquad v_1' = \frac{2m_2}{m_1+m_2}v_2 + \frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}v_1 \qquad v_2' = \frac{2m_1}{m_1+m_2}v_1 + \frac{m_2-m_1}{m_1+m_2}v_2$$

$$v_1' = \frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}v_1 \qquad v_2' = \frac{2m_1}{m_1+m_2}v_1 \qquad \Sigma\vec{F} = m\vec{a} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

$$v = v_0 + at \qquad x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \qquad v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x \qquad T_{\text{ολ}} = \mu N$$

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \qquad p = mv \qquad v = \frac{ds}{dt}$$

$$a_{\text{κ}} = \frac{v^2}{r} \qquad \omega = \frac{d\theta}{dt} \qquad \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

$$T = \frac{1}{f} \qquad v_{\text{cm}} = \omega R \qquad \alpha_{\text{γων}} = \frac{d\omega}{dt}$$

$$a_{\text{cm}} = a_{\text{γων}} R \qquad \tau = F\ell = Fd \qquad L = mvr \qquad \Sigma\tau_{\text{εξ}} = \frac{dL}{dt}$$

a : Επιτάχυνση	K : Κινητική ενέργεια	s : Τόξο ή Διάστημα	$\alpha_{\text{γων}}$: Γωνιακή επιτάχυνση
E : Ενέργεια	L : Στροφορμή	T : Περίοδος	μ : Συντελεστής τριβής
f : Συχνότητα	ℓ, d : Μήκος ή Απόσταση	V : Όγκος	θ : Γωνία
F : Δύναμη	m : Μάζα	v : Ταχύτητα	ρ : Πυκνότητα
$T_{\text{ολ}}$: Τριβή ολίσθησης	p : Ορμή	W : Έργο	τ : Ροπή
N : Κάθετη δύναμη	R, r : Ακτίνα	x, y : Θέση	ω : Γωνιακή ταχύτητα
		Δx : Μετατόπιση	

ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΑ ΚΥΜΑΤΑ

$$x = A\,\text{ημ}(\omega t + \phi)$$
$$v = \omega A\,\text{συν}(\omega t + \phi)$$
$$a = -\omega^2 A\,\text{ημ}(\omega t + \phi)$$
$$a = -\omega^2 x$$
$$F = -Dx$$
$$\omega = \sqrt{\frac{D}{m}}$$

$$D = m\omega^2$$
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{D}}$$
$$U = \frac{1}{2}Dx^2$$
$$F = -bv$$
$$A = A_0 e^{-\Lambda t}$$

$$\frac{A_0}{A_1} = \frac{A_1}{A_2} = \frac{A_2}{A_3} = \ldots = \text{σταθ.}$$
$$f_0 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$$
$$v = \lambda f$$
$$y = A\,\text{ημ}\,2\pi\left(\frac{t}{T} \pm \frac{x}{\lambda}\right)$$

$$r_1 - r_2 = N\lambda,\ N \in \mathbb{Z}$$
$$r_1 - r_2 = (2N+1)\frac{\lambda}{2},\ N \in \mathbb{Z}$$
$$y = 2A\,\text{συν}\frac{2\pi x}{\lambda}\,\text{ημ}\frac{2\pi t}{T}$$
$$x_{\text{Κ}} = 0, \frac{\lambda}{2}, \ldots, N\frac{\lambda}{2}$$
$$x_{\Delta} = \frac{\lambda}{4}, \frac{3\lambda}{4}, \ldots, (2N+1)\frac{\lambda}{4}$$

A : Πλάτος	ω : Γωνιακή συχνότητα	K ή k : Σταθερά ελατηρίου	λ : Μήκος κύματος
x : Θέση	ϕ : Αρχική φάση	D : Σταθερά επαναφοράς	U : Δυναμική ενέργεια
v : Ταχύτητα	f : Συχνότητα	T : Περίοδος	y : Απομάκρυνση
a : Επιτάχυνση	f_0 : Ιδιοσυχνότητα	b : Σταθερά απόσβεσης	

ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΣΜΟΣ - ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΚΑ ΚΥΜΑΤΑ - ΕΝΑΛΛΑΣΣΟΜΕΝΑ

$$E = \frac{F}{q}$$
$$I = \frac{dq}{dt}$$
$$I = \frac{V}{R}$$
$$I = \frac{\mathcal{E}}{R_{\text{ολ}}}$$
$$V = \frac{W}{q}$$
$$R_{\text{ολ}} = R_1 + R_2 + R_3$$
$$\frac{1}{R_{\text{ολ}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$
$$R = \rho\frac{\ell}{A}$$
$$\Delta B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\Delta\ell}{r^2}\,\text{ημ}\,\theta$$

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2I}{r}$$
$$B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2\pi I}{r}$$
$$\sum B\Delta\ell\,\text{συν}\,\theta = \mu_0 I_{\text{εγκ}}$$
$$B = \mu_0 I n$$
$$n = \frac{N}{\ell}$$
$$\Phi_B = BA\,\text{συν}\,\theta$$
$$F = B|q|v\,\text{ημ}\,\phi$$
$$R = \frac{mv}{|q|B}$$
$$T = \frac{2\pi m}{|q|B}$$
$$v = \frac{E}{B}$$

$$F = BI\ell\,\text{ημ}\,\phi$$
$$F = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_1 I_2}{a}\ell$$
$$\mathcal{E}_{\text{επ}} = Bv\ell$$
$$\mathcal{E}_{\text{επ}} = \frac{1}{2}B\omega\ell^2$$
$$\mathcal{E}_{\text{επ}} = -N\frac{d\Phi_B}{dt}$$
$$\mathcal{E}_{\text{αυτ}} = -L\frac{di}{dt}$$
$$L = \mu\mu_0\frac{N^2}{\ell}A$$
$$U = \frac{1}{2}LI^2$$
$$\frac{E}{B} = c$$

$$E = E_{\text{max}}\,\text{ημ}\,2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$$
$$B = B_{\text{max}}\,\text{ημ}\,2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$$
$$v = V\,\text{ημ}\,\omega t$$
$$V = NB\omega A$$
$$i = I\,\text{ημ}\,\omega t$$
$$i = \frac{v}{R}$$
$$I_{\text{εν}} = \frac{I}{\sqrt{2}}$$
$$V_{\text{εν}} = \frac{V}{\sqrt{2}}$$
$$p = vi$$
$$P = \frac{W}{T}$$

A : Εμβαδόν	V : Διαφορά δυναμικού	q : Ηλεκτρικό φορτίο	v : Στιγμιαία τάση
B : Μαγνητικό πεδίο	ℓ, d, a : Μήκος ή Απόσταση	r : Ακτίνα ή Απόσταση	V : Πλάτος τάσης
E : Ηλεκτρικό πεδίο, ΗΕΔ	U : Ενέργεια Μαγνητικού πεδίου	n : Αριθμός σπειρών ανά μονάδα μήκους	i : Στιγμιαία ένταση
$\mathcal{E}$: ΗΕΔ	q : Ηλεκτρικό φορτίο	N : Αριθμός σπειρών	I : Πλάτος έντασης
$\mathcal{E}_{\text{επ.}}$: ΗΕΔ από επαγωγή	R : Αντίσταση	v : Ταχύτητα	$I_{\text{εν}}$: Ενεργός ένταση
$\mathcal{E}_{\text{αυτ.}}$: ΗΕΔ από αυτεπαγωγή	W : Έργο	Φ_B : Μαγνητική ροή	$V_{\text{εν}}$: Ενεργός τάση
L : Συντελεστής αυτεπαγωγής	$R_{\text{ολ}}$: Ολική αντίσταση	ϕ, θ : γωνία	P : Μέση ισχύς
I : Ένταση ηλεκτρικού ρεύματος	ρ : Ειδική αντίσταση	μ : Μαγνητική διαπερατότητα	p : Στιγμιαία ισχύς
	F : Δύναμη	c : Ταχύτητα του φωτός	R : Αντίσταση
	T : Περίοδος		W : Ενέργεια ηλ. ρεύματος
			Q : Θερμότητα

ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΚΒΑΝΤΟΜΗΧΑΝΙΚΗΣ

$\lambda_{\max} T = \text{σταθερό}$	$p = \dfrac{h}{\lambda}$	$\lambda - \lambda' = \dfrac{h}{mc}(1 - \text{συν}\,\varphi)$	$\Delta E \Delta t \geq \dfrac{h}{2\pi}$
$c = \lambda f$	$K = hf - \phi$	$\Delta p_x \Delta x \geq \dfrac{h}{2\pi}$	$\sum \lvert\Psi\rvert^2 \, dV = 1$
$E = hf = pc$			

T : Θερμοκρασία	c : Ταχύτητα φωτός	λ : Μήκος κύματος	ϕ : Έργο εξαγωγής
E : Ενέργεια	f : Συχνότητα	φ : Γωνία	V : Όγκος
p : Ορμή	x : Θέση	t : Χρόνος	Ψ : Κυματοσυνάρτηση

Πολλαπλάσια - Υποπολλαπλάσια

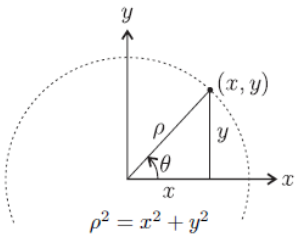
10^{12} → Tera (T)	10^{3} → kilo (k)	10^{-6} → micro (μ)
10^{9} → Giga (G)	10^{-2} → centi (c)	10^{-9} → nano (n)
10^{6} → Mega (M)	10^{-3} → milli (m)	10^{-12} → pico (p)

Σταθερές

Μάζα Πρωτονίου	Ηλεκτρονιοβόλτ	Σταθερά της Παγκόσμιας Έλξης
$m_{\text{p}} = 1,67 \times 10^{-27}\ \text{kg}$	$1\ \text{eV} = 1,6 \times 10^{-19}\ \text{J}$	$G = 6,67 \times 10^{-11}\ \text{N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$
Μάζα Νετρονίου	Ταχύτητα του φωτός	Μαγνητική διαπερατότητα του κενού
$m_{\text{n}} = 1,67 \times 10^{-27}\ \text{kg}$	$c = 3 \times 10^{8}\ \text{m/s}$	$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\ \text{T} \cdot \text{m/A}$
Μάζα Ηλεκτρονίου	Επιτάχυνση λόγω βαρύτητας κοντά στην επιφάνεια της Γης	Σταθερά του Planck
$m_{\text{e}} = 9,11 \times 10^{-31}\ \text{kg}$	$g_0 = 9,8\ \text{m/s}^2$	$h = 6,63 \times 10^{-34}\ \text{J} \cdot \text{s}$
Απόλυτη τιμή φορτίου ηλεκτρονίου	Ηλεκτρική Σταθερά	$h = 4,14 \times 10^{-15}\ \text{eV} \cdot \text{s}$
$e = 1,6 \times 10^{-19}\ \text{C}$	$k = \dfrac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \times 10^{9}\ \text{N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$	$hc = 12,42 \times 10^{-7}\ \text{eV} \cdot \text{m}$
		$hc = 1242\ \text{eV} \cdot \text{nm} \simeq 1200\ \text{eV} \cdot \text{nm}$

Μαθηματικό Βοήθημα

θ (°)	ημ θ	συν θ	εφ θ
0°	0	1	0
30°	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
37°	$\frac{3}{5}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{3}{4}$
45°	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
53°	$\frac{4}{5}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{4}{3}$
60°	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$
90°	1	0	–



$\rho^2 = x^2 + y^2$

$\text{ημ}\,\theta = \dfrac{y}{\rho}$, $\text{συν}\,\theta = \dfrac{x}{\rho}$, $\text{εφ}\,\theta = \dfrac{y}{x}$

Εμβαδόν Παραλληλογράμμου : $A = \beta v$

Περίμετρος Κύκλου : $C = 2\pi r$

Εμβαδόν Κύκλου : $A = \pi r^2$

Εμβαδόν Σφαίρας : $A = 4\pi r^2$

Όγκος Σφαίρας : $V = \dfrac{4}{3}\pi r^3$

Μήκος τόξου κύκλου : $s = \theta r$

$\text{ημ}\,A + \text{ημ}\,B = 2\,\text{συν}\dfrac{A-B}{2}\,\text{ημ}\dfrac{A+B}{2}$

ΦΥΛΛΟ ΑΠΑΝΤΗΣΕΩΝ

Επώνυμο: ..... Όνομα: ..... Τάξη: …

Πατρώνυμο: ..... Μητρώνυμο: .....

ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ

1ο ΘΕΜΑ

Α.1.

Α.1.1. (στο τετράδιο) , **Α.1.2.** $F_{\nu\eta\mu,\theta\rho,\min}$ =.....

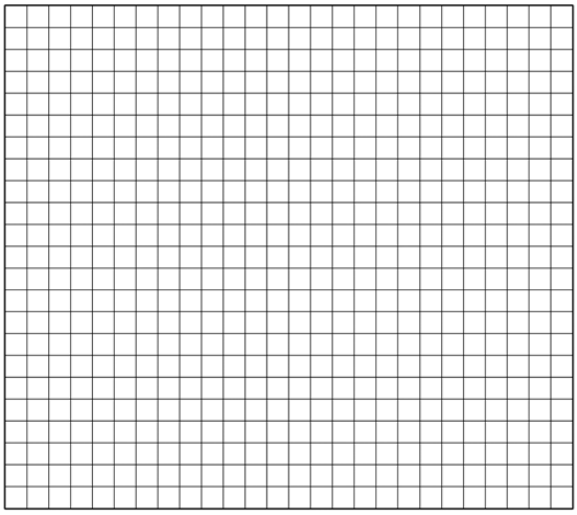
Α.2.

Α.2.1. D =....., **Α.2.2.** (στο τετράδιο)

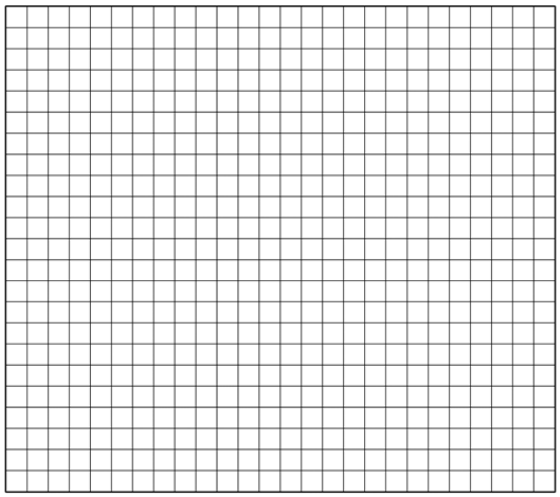
2ο ΘΕΜΑ

Β.1. $\upsilon'_A = f_1(\lambda)$ =..... , $\upsilon'_B = f_2(\lambda)$ =.....

Β.2. $K'_A = f_3(\lambda)$ =..... , $K'_B = f_4(\lambda)$ =.....



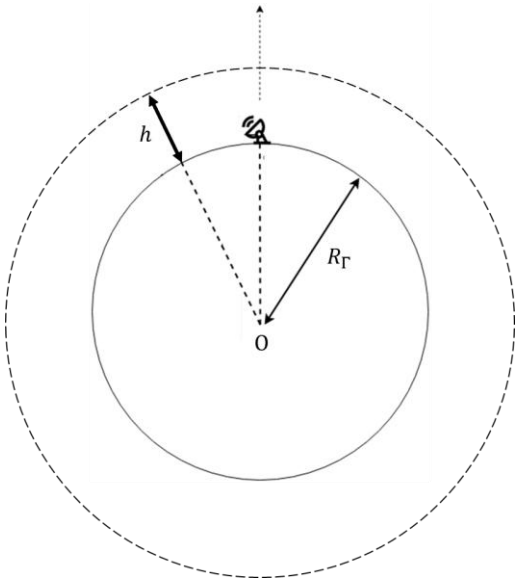
Β.1. (γραφικές παραστάσεις των f_1και f_2, σχολιασμός στο τετράδιο)



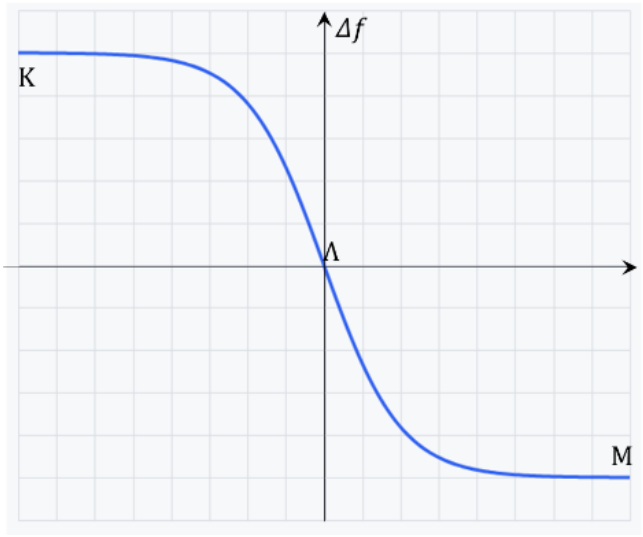
Β.2. (γραφικές παραστάσεις των f_3και f_4, σχολιασμός στο τετράδιο)

3ο ΘΕΜΑ

Γ.1. Δt =..... **Γ.3.** (Στο τετράδιο)



Γ.2.



Γ.4. (αιτιολόγηση στο τετράδιο)

ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ

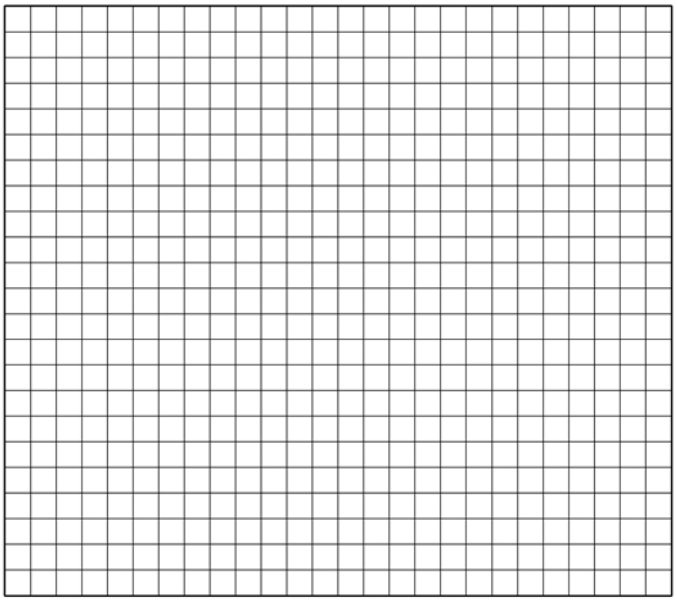
4ο ΘΕΜΑ

Δ.1.

α/α	$m\ (g)$	$m\ (kg)$	$\Delta t\ =\ 10T\ (s)$	$T\ (s)$	$T^2\ (s^2)$
1	100,0		10,87		
2	125,0		11,97		
3	150,0		13,19		
4	175,0		14,29		
5	200,0		15,20		
6	225,0		16,22		
7	250,0		17,10		
Σ					

Δ.2. (στο τετράδιο), **Δ.3.** (στο τετράδιο),

Δ.4.



$a =$……

$b =$……

Εξίσωση της ευθείας που προκύπτει: ……

Πίνακας 2 Βοηθητικός πίνακας εφαρμογής της Μ.Ε.Τ.

α/α	X_i^2 **(……)**	$X_i Y_i$ **(……)**
1	…	…
2	…	…
3	…	…
4	…	…
5	…	…
6	…	…
7	…	…
Σ	…	…

Δ.5. (Στο τετράδιο), **Δ.6.** (Στο τετράδιο)

Καλή επιτυχία!