ΟΔΗΓΙΕΣ

1. Η αναλυτική λύση των θεμάτων θα γίνει γραπτώς σε τετράδιο ή σε φύλλα Α4 που θα σας δοθούν. Στον κατάλληλο χώρο του τετραδίου ή στην πρώτη σελίδα Α4 θα αναγράψετε τα ονομαστικά στοιχεία σας
2. Όλα τα ζητούμενα αριθμητικά αποτελέσματα πρέπει ΟΠΩΣΔΗΠΟΤΕ να μεταφερθούν στο ***Φύλλο Απαντήσεων*** που θα βρείτε αμέσως μετά τις εκφωνήσεις και το τυπολόγιο.
3. Όπου ζητούνται γραφήματα θα σχεδιαστούν στους ειδικούς χώρους του ***Φύλλου Απαντήσεων***.
4. Στο τέλος της εξέτασης θα παραδώσετε το τετράδιο (ή τα φύλλα Α4) με τις αναλυτικές λύσεις σας ΜΑΖΙ με το φύλλο απαντήσεων.
5. Το Φύλλο Απαντήσεων θα συρραφεί στο τετράδιο (ή στα φύλλα Α4).
6. Τα ονομαστικά στοιχεία θα καλυφθούν με μαύρο αυτοκόλλητο.

ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ

1ο ΘΕΜΑ

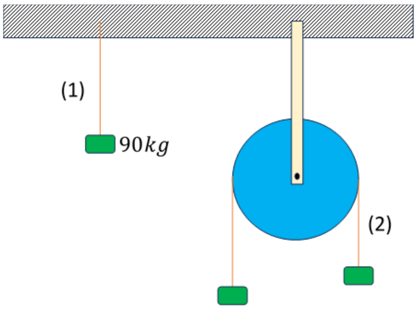
Α.1. Εάν γνωρίζετε ότι όλοι οι κύβοι (σχήμα Α.1) μάζας $90\,kg$ ισορροπούν ακίνητοι, να συγκρίνετε τις τάσεις T_1 και T_2 των νημάτων (1) και (2).

Α.2. Σε ένα τσίρκο, μία ακροβάτης μάζας $m_1 = 60\,\mathrm{kg}$ κρατιέται από ένα σχοινί που περνά πάνω από ιδανική τροχαλία (σχήμα Α.2). Στην άλλη άκρη του σχοινιού είναι δεμένο αντίβαρο μάζας $m_2 = 90\,kg$. Το σύστημα αφήνεται ελεύθερο.

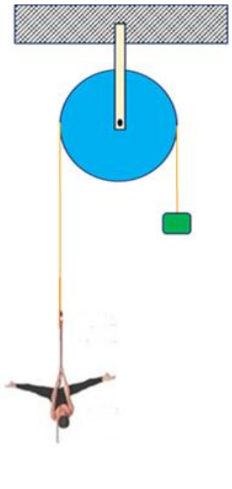
Α.2.1. Να υπολογίσετε την επιτάχυνση α του συστήματος τροχαλία-αντίβαρο-ακροβάτης.

Α.2.2. Να υπολογίσετε την τάση T του νήματος.

Να θεωρήσετε τα νήματα και την τροχαλία αβαρή (ιδανικά). Δίνεται $g = 10 m/s^2$.



Σχήμα Α.1



Σχήμα Α.2

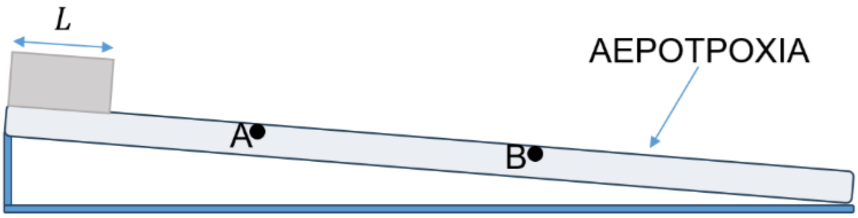
2ο ΘΕΜΑ

Ένα αυτοκίνητο, που κινείται με υπερβολική ταχύτητα $40\,m/s$, μπαίνει κατά λάθος σε έναν στενό μονόδρομο. Ο οδηγός βλέπει ότι μπροστά του βρίσκεται ένα αυτοκίνητο που κινείται πολύ πιο αργά, σε απόσταση $20\,m$ (η απόσταση από το μπροστινό μέρος του γρήγορου αυτοκινήτου έως το πίσω μέρος του αργού αυτοκινήτου). Τα δύο αυτοκίνητα κινούνται στην ίδια κατεύθυνση. Ο οδηγός του προπορευόμενου αργού αυτοκινήτου δεν έχει αντιληφθεί το γρήγορο αυτοκίνητο πίσω του και κινείται διαρκώς με σταθερή ταχύτητα $20\,m/s$. Ο οδηγός του γρήγορου αυτοκινήτου πατάει το φρένο και το αυτοκίνητό του επιβραδύνεται κατά $8\,m/s^2$.

Β.1. Να βρείτε αν τα δύο αυτοκίνητα θα συγκρουστούν.

Β.2. Να σχεδιάσετε σε κοινούς άξονες τα διαγράμματα θέσης χρόνου για τα δύο αυτοκίνητα.

3ο ΘΕΜΑ



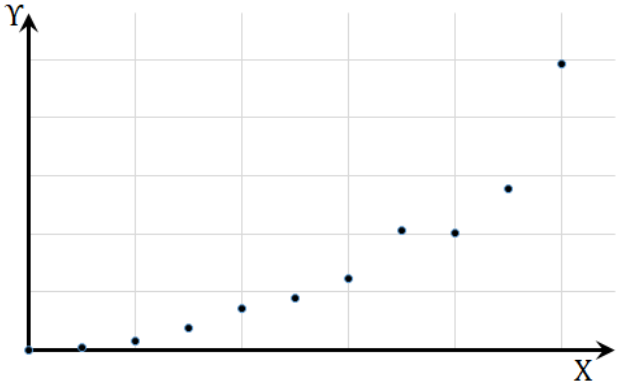
Στην εικόνα φαίνεται μια αεροτροχιά η οποία έχει ανασηκωθεί λίγο από το ένα μέρος ώστε να δημιουργηθεί κεκλιμένο επίπεδο μικρής κλίσης. Ένα σώμα μήκους $L = 0{,}12\,m$ αφήνεται να κινηθεί από την κορυφή της αεροτροχιάς πρακτικά χωρίς τριβές. Στα σημεία Α και Β έχουν τοποθετηθεί φωτοπύλες διασυνδεδεμένες μεταξύ τους. Με τις φωτοπύλες γίνεται μέτρηση του χρονικού διαστήματος Δt_1, που απαιτείται να περάσει ολόκληρο το σώμα από το Α, του χρονικού διαστήματος Δt_2, που απαιτείται να περάσει ολόκληρο το σώμα από το Β καθώς και του χρονικού διαστήματος Δt_3, από τη στιγμή που το μπροστινό άκρο του σώματος φτάνει στο Α μέχρι τη στιγμή που το μπροστινό άκρο του σώματος φτάνει στο Β. Μία μέτρηση έδωσε τις τιμές $\Delta t_1 = 0{,}24s$, $\Delta t_2 = 0{,}12s$ και $\Delta t_3 = 0{,}46s$.

Γ.1. Να υπολογισθεί η επιτάχυνση α του σώματος.

Γ.2. Αν προσθέσουμε στο σώμα βαρίδια ώστε να διπλασιαστεί η μάζα του, ποια θα είναι η τιμή του χρονικού διαστήματος $\Delta t'_3$, αν επαναλάβουμε τη μέτρηση;

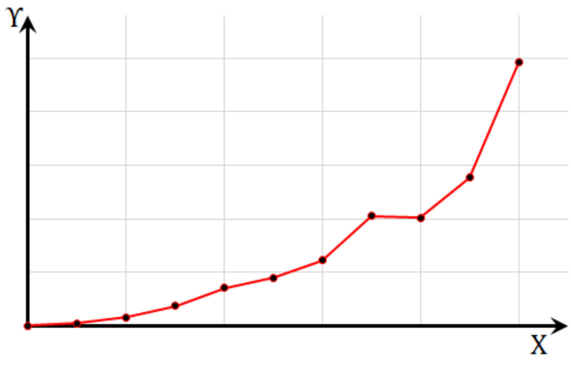
ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ

4ο ΘΕΜΑ

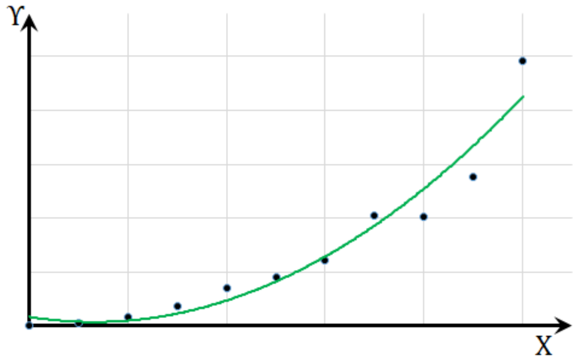


Η Μέθοδος Ελαχίστων Τετραγώνων (Μ.Ε.Τ.) είναι μια μαθηματική διαδικασία που μας επιτρέπει να προσδιορίσουμε την ποσοτική σχέση μεταξύ δύο φυσικών ποσοτήτων, έστω X και Y.

Για παράδειγμα, εκτελούμε ένα πείραμα στο οποίο μεταβάλουμε τις τιμές του μεγέθους X (έστω 11 τιμές) και μετράμε τις αντίστοιχες τιμές του Y. Κατόπιν απεικονίζουμε τις μετρήσεις σε γραφική παράσταση, όπως στο σχήμα. Παρατηρούμε ότι, λόγω σφαλμάτων, τα σημεία δεν βρίσκονται κατά μήκος μιας ομαλής καμπύλης.



Προκειμένου να δούμε ποια τιμή θα έπαιρνε το μέγεθος Y για κάποια τιμή του X διαφορετική των μετρήσεων, το **χειρότερο** που θα μπορούσαμε να κάνουμε θα ήταν να ενώσουμε τα σημεία με τεθλασμένη γραμμή. Αυτό θα σήμαινε ότι η σχέση των δύο μεγεθών είναι γραμμική, δηλαδή της μορφής $Y = m + nX$, με τους συντελεστές m και n να λαμβάνουν διαφορετικές τιμές για κάθε ζευγάρι διαδοχικών τιμών του X. Σίγουρα, αυτή δεν είναι η κατάσταση που ισχύει στην Φύση!



Το **καλύτερο** που θα μπορούσαμε να κάνουμε θα ήταν να εφαρμόσουμε την Μ.Ε.Τ., ώστε να βρούμε μια ομαλή γραμμή (η μορφή της οποίας, στην γενική περίπτωση, είναι καμπύλη), από την οποία όλα τα πειραματικά προσδιορισμένα σημεία απέχουν ελάχιστες αποστάσεις, μια καμπύλη δηλαδή που αποτελεί την καλύτερη (βέλτιστη) προσέγγιση όλων των μετρήσεων *ταυτοχρόνως*. Όπως φαίνεται από το σχήμα, ενδέχεται ούτε ένα σημείο να βρίσκεται πάνω στην καμπύλη. Όμως αυτό, δεν αναιρεί το γεγονός ότι η συγκεκριμένη γραμμή είναι η καλύτερη προσέγγιση.
Υπάρχουν παραλλαγές της Μ.Ε.Τ. που προσεγγίζουν καλύτερα τη νοητή καμπύλη που (φαίνεται ότι) σχηματίζουν τα πειραματικά σημεία. Αυτές περιλαμβάνουν ευθεία γραμμή, πολυωνυμική, εκθετική και άλλες.
Στην συνέχεια της άσκησης αυτής, θα περιοριστούμε σε γραμμική εξάρτηση, δηλαδή της μορφής $Y = a + bX$. Η Μ.Ε.Τ. μάς επιτρέπει να υπολογίσουμε τις τιμές των συντελεστών a (σταθερός όρος) και b (συντελεστής του πρωτοβάθμιου όρου), μαζί με τα σφάλματά τους δa και δb αντίστοιχα. Για ακόμη μεγαλύτερη απλότητα (δεδομένου ότι ο χρόνος της εξέτασης είναι περιορισμένος), δεν θα ασχοληθούμε με τον υπολογισμό των σφαλμάτων.
Αν λοιπόν έχουμε n μετρήσεις (στο παράδειγμά μας είναι $n = 11$), ισχύουν οι σχέσεις:

$$\alpha = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 \cdot \sum_{i=1}^{n} y_i - \sum_{i=1}^{n} x_i \cdot \sum_{i=1}^{n} x_i y_i}{D} \qquad b = \frac{n\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \sum_{i=1}^{n} x_i \cdot \sum_{i=1}^{n} y_i}{D} \qquad D = n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2$$

όπου το σύμβολο

$$\sum_{i=1}^{n}$$

είναι μια συντομογραφία της άθροισης των n τιμών. Για παράδειγμα:

$$\sum_{i=1}^{4} x_i = x_1 + x_2 + x_3 + x_4$$

Αν και η επιλογή να μελετήσουμε μόνο την γραμμική περίπτωση μοιάζει εξαιρετικά περιοριστική, αυτό δεν ισχύει στην πραγματικότητα και μπορούμε να εφαρμόσουμε την Μ.Ε.Τ. σε πολλές περιπτώσεις, οι οποίες, με την πρώτη ματιά, δεν παρουσιάζουν γραμμικότητα. Για παράδειγμα, στην περίπτωση της ευθύγραμμης ομαλά επιταχυνόμενης κίνησης χωρίς αρχική ταχύτητα, η μετατόπιση x είναι ανάλογη του τετραγώνου του χρόνου t: $x = \frac{1}{2}\alpha \cdot t^2$ και η αντίστοιχη γραφική παράσταση είναι παραβολή. Αν όμως θεωρήσουμε ως ανεξάρτητη μεταβλητή το t^2 αντί του t, και τοποθετήσουμε αυτές τις τιμές στον οριζόντιο άξονα, τότε η γραφική παράσταση γίνεται ευθεία και η Μ.Ε.Τ. μπορεί να εφαρμοστεί άνετα!
Δ.1. Ένα θεωρητικό μοντέλο προβλέπει ότι η ταχύτητα υ του ήχου στον αέρα μεταβάλλεται με την θερμοκρασία θ της ατμόσφαιρας, όπως περιγράφει η σχέση:

$$\upsilon = p\sqrt{q + \theta} \ \ (S.I.)$$

όπου τα p και q είναι σταθερές.

Να κατασκευάσετε μια *γραμμική μορφή* της σχέσης αυτής. Ποια είναι τα μεγέθη X και Y, επί των οποίων θα μπορούσατε να εφαρμόσετε την Μ.Ε.Τ.;

Δ.2. Για να ελέγξουμε πειραματικά την ορθότητα του προαναφερθέντος θεωρητικού μοντέλου, εκτελούμε $n = 4$ μετρήσεις της ταχύτητας του ήχου σε συνάρτηση με την θερμοκρασία περιβάλλοντος (στην πραγματικότητα, θα λαμβάναμε περισσότερες μετρήσεις, αλλά στην άσκηση αυτή αρκούμαστε σε 4, ώστε να μειώσουμε το πλήθος των αριθμητικών πράξεων). Οι μετρήσεις έχουν καταχωρηθεί στον πίνακα που υπάρχει στο Φύλλο Απαντήσεων. Να συμπληρώσετε με τα κατάλληλα δεδομένα **όλα** τα κελιά του πίνακα με αποσιωποιητικά.

Δ.3. Να εφαρμόσετε την Μ.Ε.Τ. για να επαληθεύσετε ότι $a \cong 109.791$ και $b \cong 402\ (S.I.)$.

Δ.4. Να σχεδιάσετε την γραφική παράσταση των μετρήσεων και την ευθεία που προέκυψε από την Μ.Ε.Τ.

Δ.5. Να υπολογίσετε τις τιμές των p και q και να υπολογίσετε την ταχύτητα διάδοσης του ήχου $\upsilon_{\eta\chi,5°C}$ στον αέρα όταν η θερμοκρασία περιβάλλοντος είναι $5°C$.

Δ.6. Τι αντιπροσωπεύει η σταθερά q;

ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ ΦΥΣΙΚΗΣ Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

Ευθύγραμμες Κινήσεις

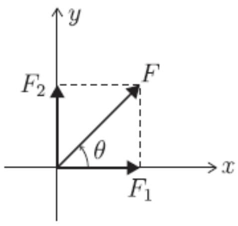
$$\Delta x = x_2 - x_1$$
$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$
$$\Delta x = v\Delta t$$
$$x = vt$$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$
$$v = v_0 + at$$
$$x = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$$

$$v = at$$
$$x = \frac{1}{2}at^2$$
$$v = v_0 - at$$
$$x = v_0 t - \frac{1}{2}at^2$$

Δυναμική

$$F = F_1 + F_2$$
$$F = F_1 - F_2$$
$$\vec{F} = m\vec{a}$$
$$T = \mu N$$
$$\vec{B} = m\vec{g}$$
$$v = gt$$
$$s = \frac{1}{2}gt^2$$



$$F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}$$
$$\text{εφ}\,\theta = \frac{F_2}{F_1}$$

$$\Sigma F = \sqrt{(\Sigma F_x)^2 + (\Sigma F_y)^2}$$
$$\text{εφ}\,\theta = \frac{\Sigma F_y}{\Sigma F_x}$$
$$\Sigma\vec{F} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} \Sigma F_x = 0 \\ \Sigma F_y = 0 \end{cases}$$
$$\Sigma\vec{F} = m\vec{a} \Leftrightarrow \begin{cases} \Sigma F_x = ma_x \\ \Sigma F_y = ma_y \end{cases}$$

Έργο - Ενέργεια

$$W_F = Fx$$
$$W_F = Fx\,\text{συν}\,\theta$$
$$K = \frac{1}{2}mv^2$$
$$\Delta K = \Sigma W_F = W_{F(\text{ολ})}$$
$$U = mgh$$

$$W_{B(1\to 2)} = U_1 - U_2$$
$$W_{F(1\to 2)} = U_1 - U_2$$
F: Διατηρητική Δύναμη

$$E_{\text{μηχ.}} = K + U$$
$$K_1 + U_1 = K_2 + U_2$$
$$P = \frac{W}{t}$$
$$P = Fv$$

Σύμβολα

x : Θέση
Δx : Μετατόπιση
v : Ταχύτητα
a : Επιτάχυνση
F : Δύναμη

B : Βάρος
s : Διάστημα
ΣF : Συνισταμένη Δύναμη

W : Έργο
K : Κινητική Ενέργεια
U : Δυναμική Ενέργεια
$E_{\text{μηχ.}}$: Μηχανική Ενέργεια
P : Ισχύς

Μονάδες Μέτρησης Μεγεθών

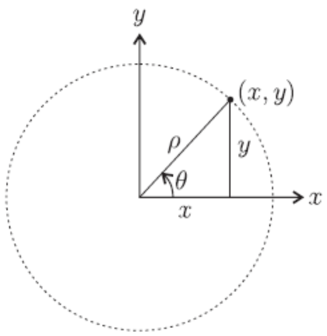
μέτρο, m	δευτερόλεπτο, s	ακτίνιο, rad
χιλιόγραμμο, kg	νιούτον, N	τζούλ, J
		βάτ, W

Πολλαπλάσια - Υποπολλαπλάσια

$10^{12} \rightarrow$ Tera (T)	$10^{3} \rightarrow$ kilo (k)	$10^{-6} \rightarrow$ micro (μ)
$10^{9} \rightarrow$ Giga (G)	$10^{-2} \rightarrow$ centi (c)	$10^{-9} \rightarrow$ nano (n)
$10^{6} \rightarrow$ Mega (M)	$10^{-3} \rightarrow$ milli (m)	$10^{-12} \rightarrow$ pico (p)

Μαθηματικό Βοήθημα

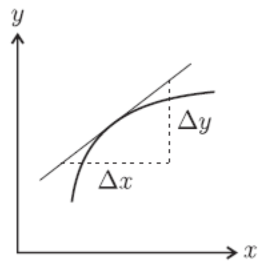
θ (°)	ημ θ	συν θ	εφ θ
0°	0	1	0
30°	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
45°	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
60°	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$
90°	1	0	–
180°	0	−1	0
270°	−1	0	–



$$\rho^2 = x^2 + y^2$$

$$\text{ημ}\,\theta = \frac{y}{\rho} \quad \text{συν}\,\theta = \frac{x}{\rho}$$

$$\text{εφ}\,\theta = \frac{y}{x}$$



$$\text{κλίση} = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

$$\text{Εμβαδόν Τριγώνου} = \frac{1}{2}\beta\upsilon$$

$$\text{Εμβαδόν Παραλληλογράμου} = \beta\upsilon$$

$$\text{Εμβαδόν κυκλικού δίσκου} = \pi\rho^2$$

ΦΥΛΛΟ ΑΠΑΝΤΗΣΕΩΝ

Επώνυμο: ………………………………… Όνομα: …………………… Τάξη: …

Πατρώνυμο: ………………. Μητρώνυμο: …………………

Σχολείο: …………………..……….……… Τηλέφωνο Σχολείου: ………………

ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ

1ο ΘΕΜΑ

Α.1. T_1 ……….. T_2, **Α.2.1.** $\alpha =$……………………., **Α.2.2.** $T =$…………………….

2ο ΘΕΜΑ

Β.1. (στο τετράδιο), **Β.2.** (στο τετράδιο).

3ο ΘΕΜΑ

Γ.1. $\alpha =$………………., **Γ.2.** $\Delta t'_3 =$…………………………….

ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ

4ο ΘΕΜΑ

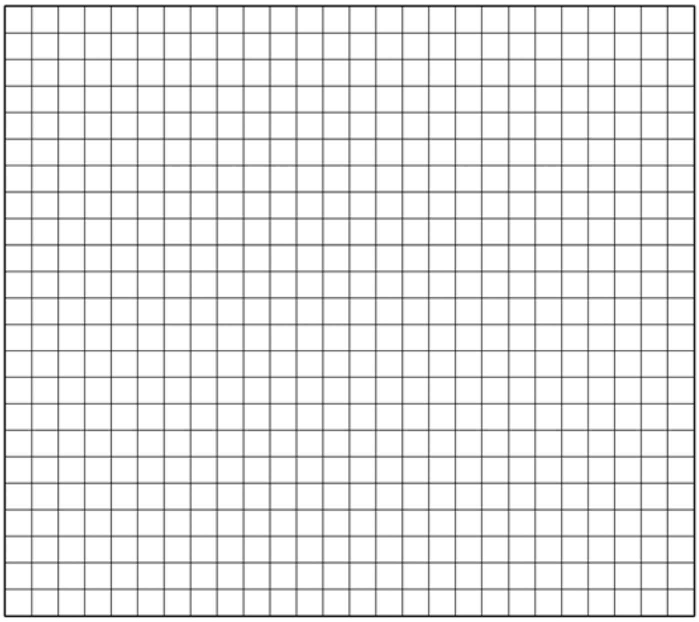
Δ.1. Γραμμική μορφή του μοντέλου:……………………………, $X =$……, $Y =$……

Δ.2.

α/α	$\theta(°C)$	$\upsilon(m/s)$	$X(\dots\dots)$	$Y(\dots\dots)$	$X^2(\dots\dots)$	$X\cdot Y(\dots\dots)$
1	10	337,37	…	…	…	…
2	15	340,31	…	…	…	…
3	20	343,25	…	…	…	…
4	25	346,19	…	…	…	…
		$\sum_{i=1}^{4}$	…	…	…	…

Δ.3 (στο τετράδιο),

Δ.4.



Γραφική παράσταση μετρήσεων και Μ.Ε.Τ.

Δ.5. $p =$ ………….., $q =$ ………….., $\upsilon_{\eta\chi,5^{\circ}C} =$ …………..

Δ.6. Η σταθερά q αντιπροσωπεύει:

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

Καλή επιτυχία!

Συνοπτικές Απαντήσεις

1ο ΘΕΜΑ

Α.1. $T_1 = T_2$

Α.2. Δίνονται:

$$m_1 = 60\ kg, m_2 = 9\ kg, g = 10\frac{m}{s^2}$$

Το σχοινί και η τροχαλία είναι ιδανικά, οπότε η τάση είναι ίδια σε όλο το σχοινί:

$$T_1 = T_2 = T$$

Α.2.1. *Επιτάχυνση*

Θεωρούμε θετική φορά προς τα πάνω για την ακροβάτη.

Επειδή τα σώματα συνδέονται με το ίδιο σχοινί:

$$a_2 = -a_1$$

Για την ακροβάτη (μάζα m_1): $T - m_1 g = m_1 a$

Για το αντίβαρο (μάζα m_2): $T - m_2 g = -m_2 a$

Από την πρώτη:

$$T = m_1 a + m_1 g$$

Αντικατάσταση στη δεύτερη:

$$m_1 a + m_1 g - m_2 g = -m_2 a$$
$$(m_2 - m_1)g = (m_1 + m_2)a$$

$$a = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} g = \frac{90 - 60}{150} \cdot 10\ m/s^2 = 2\ m/s^2$$

Α.2.2. *Τάση του σχοινιού*

Από τη σχέση:

$$T = m_1(g + a)$$
$$T = 60(10 + 2)\ N = 720\ N$$

2ο ΘΕΜΑ

Β.1. Χωρίς πολλή σκέψη, αν υπολογίσουμε τον χρόνο που χρειάζεται για να σταματήσει το γρήγορο αυτοκίνητο, καθώς και την αντίστοιχη μετατόπιση, θα βρούμε:

$$v = v_0 + at \Longrightarrow 0 = 40 - 8t \Longrightarrow t = 5\,s$$

$$\Delta x = v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta x = \left(40 \cdot 5 - \frac{1}{2}8 \cdot 5^2\right)m \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta x = 100\,m$$

Στον ίδιο χρόνο, το αργό αυτοκίνητο θα έχει μετατοπιστεί κατά

$$\Delta x' = vt = 20 \cdot 5\,m = 100\,m$$

άρα, επειδή προηγείται ήδη κατά $20\,m$, η σύγκρουση φαίνεται να αποφεύγεται.

Δυστυχώς όμως, η λύση αυτή υποθέτει πως δεν έχουν ήδη συγκρουστεί πριν περάσουν τα $5\,s$. Για να είμαστε σίγουροι πρέπει να λύσουμε την εξίσωση:

$$\Delta x = \Delta x' + 20\ (S.I.)$$

Αν η εξίσωση δεν έχει αποδεκτές λύσεις ως προς τον χρόνο, τα αυτοκίνητα δεν συγκρούονται.

Είναι:

$$v_0 t + \frac{1}{2}at^2 = vt + 20 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 40t - \frac{1}{2}8t^2 = 20t + 20 \Rightarrow$$

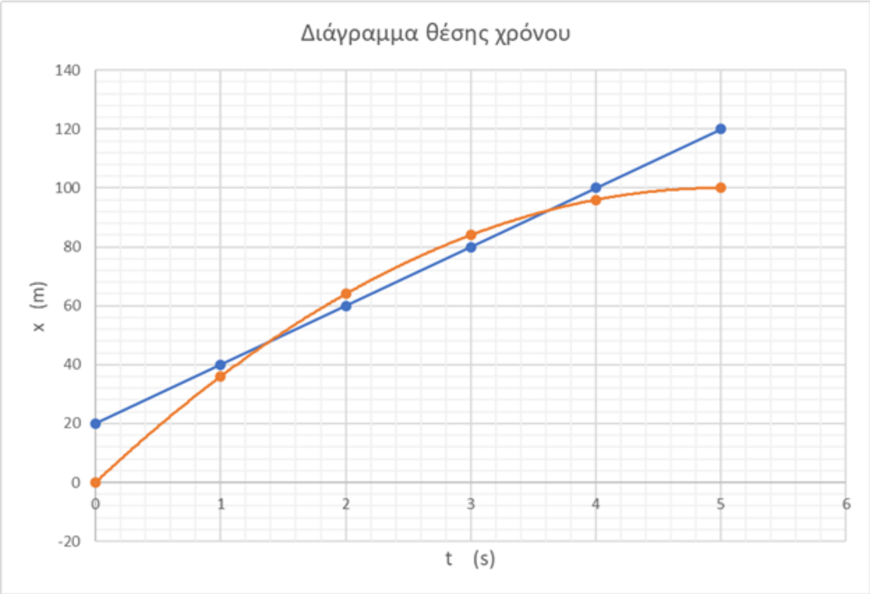
$$\Rightarrow 4t^2 - 20t + 20 = 0\ (S.I.)$$

Λύνοντας, προκύπτουν δύο λύσεις:

$$t \cong 1{,}4\,s \text{ ή } t \cong 3{,}6\,s$$

Συνεπώς, τα δύο αυτοκίνητα θα συγκρουστούν $1{,}4\,s$ μετά το πάτημα του φρένου.

Β.2. Η απάντηση στο πρώτο ερώτημα φαίνεται πολύ καλά στο διάγραμμα, όπου φαίνονται οι δύο λύσεις της προηγούμενης εξίσωσης ως σημεία τομής της καμπύλης (διάγραμμα για το γρήγορο αυτοκίνητο) και της ευθείας (διάγραμμα για το αργό αυτοκίνητο):



3ο ΘΕΜΑ

Γ.1. Ονομάζουμε $v_{o,1}$ την ταχύτητα του σώματος τη στιγμή που το μπροστινό του μέρος φτάνει στο A και $v_{o,2}$ την ταχύτητα του σώματος τη στιγμή που το μπροστινό του μέρος φτάνει στο B. Τότε για το χρονικό διάστημα Δt_3 μπορούμε να γράψουμε

$$v_{o,2} = v_{o,1} + \alpha \Delta t_3 \ \ (1)$$

Για το χρονικό διάστημα Δt_1 έχουμε

$$L = v_{o,1}\, \Delta t_1 + \frac{1}{2} a\, {\Delta t_1}^2 \ (2)$$

Όμοια για το χρονικό διάστημα Δt_2 έχουμε

$$L = v_{o,2}\, \Delta t_2 + \frac{1}{2} a\, {\Delta t_2}^2 \ (3)$$

Αν λύσουμε την (2) ως προς $v_{o,1}$ και την (3) ως προς $v_{o,2}$ και αντικαταστήσουμε στην (1) θα καταλήξουμε

$$\alpha = \frac{\frac{L}{\Delta t_2} - \frac{L}{\Delta t_1}}{\Delta t_3 - \frac{1}{2}(\Delta t_1 - \Delta t_2)}$$

Με αντικατάσταση τιμών προκύπτει $\alpha = 1{,}25 \frac{m}{s^2}$

Γ.2. Αν φ η γωνία του κεκλιμένου επιπέδου και με δεδομένο ότι δεν έχουμε τριβές η συνισταμένη δύναμη είναι η συνιστώσα του βάρους στη διεύθυνση της κίνησης. Δηλαδή,

$$\Sigma F = m \cdot g \cdot \eta\mu\varphi \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m \cdot a = m \cdot g \cdot \eta\mu\varphi \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a = g \cdot \eta\mu\varphi$$

Η επιτάχυνση είναι ανεξάρτητη της μάζας και συνεπώς το σώμα θα κινηθεί με τον ίδιο τρόπο, άρα πάλι θα είναι $\Delta t'_3 = 0{,}46s$. Το σώμα συμπεριφέρεται σα να εκτελεί ελεύθερη πτώση σε περιοχή όπου η επιτάχυνσης της βαρύτητας είναι μικρότερη.

ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ

4ο ΘΕΜΑ

Δ.1. Παρατηρούμε ότι η τετραγωνική ρίζα αλλοιώνει την γραμμικότητα. Μπορούμε λοιπόν να υψώσουμε την σχέση στο τετράγωνο κατά μέλη:

$$\upsilon = p\sqrt{q + \theta} \Rightarrow \upsilon^2 = p^2(q + \theta) \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \upsilon^2 = p^2 q + p^2 \theta \ \ (S.I.)$$

(2 μόρια)

Δηλαδή $X = \theta$ και $Y = \upsilon^2$.

(1 μόριο)

Δ.2. Δίνεται ο συμπληρωμένος πίνακας:

α/α	$\theta(°C)$	$\upsilon(m/s)$	$X(°C)$	$Y((m/s)^2)$	$X^2((°C)^2)$	$X \cdot Y(°C(m/s)^2)$
1	10	337,37	10	113.819	100	1.138.190
2	15	340,31	15	115.811	225	1.737.165
3	20	343,25	20	117.821	400	2.356.420
4	25	346,19	25	119.848	625	2.996.200
		$\sum_{i=1}^{4} \ldots$	70	467.299	1.350	8.227.975

(8 μόρια)

Δ.3. Εφαρμόζοντας του τύπους έχουμε:

$$D = n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2 \Rightarrow D = 4 \cdot 1.350 - (70)^2 = 500$$

(1 μόριο)

$$\alpha = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 \cdot \sum_{i=1}^{n} y_i - \sum_{i=1}^{n} x_i \cdot \sum_{i=1}^{n} x_i y_i}{D} \Rightarrow \alpha = \frac{1.350 \cdot 467.299 - 70 \cdot 8.227.975}{500} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \alpha \cong 109.791$$

(1 μόριο)

$$b = \frac{n\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \sum_{i=1}^{n} x_i \cdot \sum_{i=1}^{n} y_i}{D} \Rightarrow b = \frac{4 \cdot 8.227.975 - 70 \cdot 467.299}{500} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow b \cong 402$$

(1 μόριο)

Καταλήγουμε λοιπόν:

$$a \cong 109.791 \frac{m^2}{s^2}$$

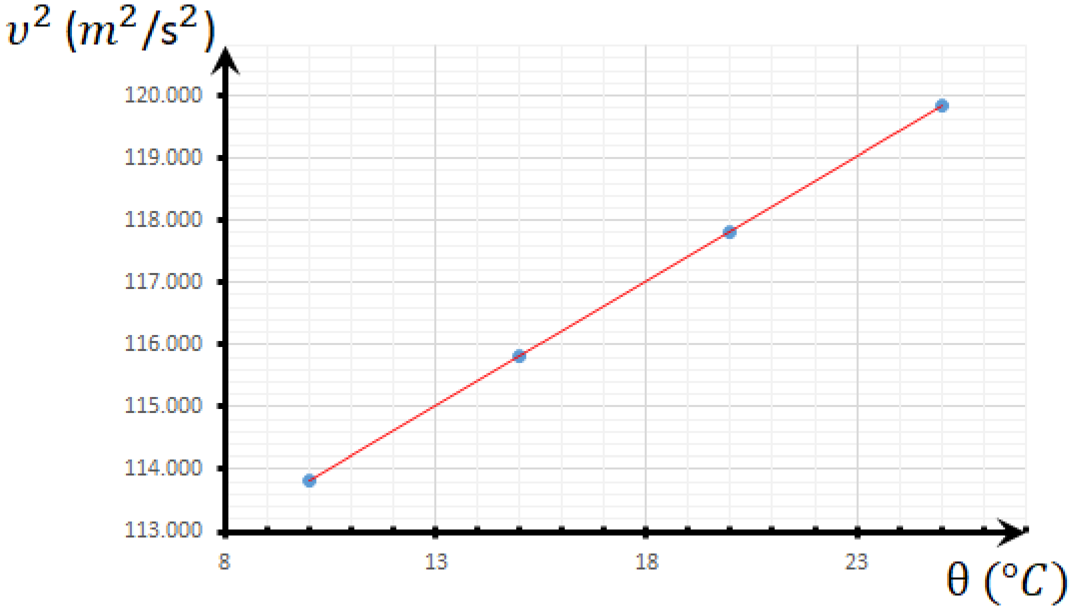
και

$$b \cong 402 \frac{m^2}{s^2 \cdot {}^\circ C}$$

Άρα η εξίσωση της ευθείας είναι:

$$\upsilon^2 = 109.791 + 402 \cdot \theta \ \ (S.I.)$$

Δ.4. Τα πειραματικά σημεία και η ευθεία της Μ.Ε.Τ. φαίνονται στο επόμενο σχήμα:



(5 μόρια)

Δ.5. Από το ερώτημα Δ.1. γνωρίζουμε ότι $p^2 = b$ και $p^2 q = a$. Συνεπώς:

$$p = \sqrt{b} \Rightarrow p = \sqrt{402} \frac{m}{s} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow p = 20{,}05 \frac{m}{s}$$

(1 μόριο)

και

$$p^2 q = a \Rightarrow q = \frac{a}{p^2} \Rightarrow q = \frac{109.791\,\frac{m^2}{s^2}}{402\,\frac{m^2}{s^2 \cdot {}^\circ C}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow q = 273{,}15\ {}^\circ C$$

(1 μόριο)

Εφαρμόζοντας το μοντέλο έχουμε:

$$\upsilon_{\eta\chi,5^\circ C} = 20{,}05\sqrt{273{,}15 + 5}\,\frac{m}{s} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \upsilon_{\eta\chi,5^\circ C} = 334{,}39\,\frac{m}{s}$$

(2 μόρια)

Δ.6. Λόγω της τιμής της, μπορούμε να υποθέσουμε ότι η σταθερά q αντιπροσωπεύει τον προσθετικό συντελεστή μετατροπής της θερμοκρασιακής κλίμακας Κελσίου σε Κέλβιν.

(2 μόρια)

Οδηγίες βαθμολόγησης

1ο ΘΕΜΑ:

Α.1. 8 μόρια,
Α.2.1. 9 μόρια,
Α.2.2. 8 μόρια.

2ο ΘΕΜΑ:

Β.1. 15 μόρια,
Β.2. 10 μόρια.

3ο ΘΕΜΑ:

Γ.1. 15 μόρια,
Γ.2. 10 μόρια.

4ο ΘΕΜΑ:

Δ.1.: 3 μόρια,
Δ.2.: 8 μόρια:
2 μόρια για αναγνώριση των μεγεθών,
4 μόρια για συμπλήρωση τιμών,
2 μόρια για μονάδες στις επικεφαλίδες των στηλών,
Δ.3.: 3 μόρια,
Δ.4.: 5 μόρια:
1 μόριο για αναγραφή τιμών στους άξονες,
1 μόριο για αναγραφή συμβόλων των φυσικών μεγεθών στους άξονες,
1 μόριο για αναγραφή μονάδων στους άξονες,
1 μόριο για σημεία και ευθεία,
1 μόριο για γράφημα που καλύπτει όλο το εμβαδόν της γραφικής παράστασης,

Δ.5.: 4 μόρια,

Δ.6. 2 μόρια.