

Γενικές οδηγίες: Θεωρητική εξέταση (30 μονάδες)

Η μη συμμόρφωση με οποιαδήποτε από τις ακόλουθες οδηγίες μπορεί να οδηγήσει σε αποκλεισμό.

21 Ιουλίου, 2025

Η θεωρητική εξέταση διαρκεί πέντε ώρες και βαθμολογείται με 30 μονάδες.

Θα υπάρχουν ανακοινώσεις για την έναρξη και την λήξη της εξέτασης, καθώς και για τις στιγμές που θα απομένουν 30, 15 και 5 λεπτά μέχρι την λήξη.

Δεν πρέπει να ανοίξετε τους φακέλους πριν σας δοθεί σχετική οδηγία.

Τα ακόλουθα αντικείμενα σας παρέχονται στον χώρο εξέτασης: (1) ένα στυλό, (2) ένα μηχανικό μολύβι, (3) μία γόμα, (4) ένας χάρακας με κλίμακα μετρήσεων, (5) ένας διαβήτης και (6) ένας επιστημονικός υπολογιστής τσέπης.

Κατά την διάρκεια της εξέτασης

- Να χρησιμοποιήσετε μόνο το στυλό που θα σας δοθεί. Αν χρησιμοποιήσετε το μηχανικό μολύβι για τις πρόχειρες σημειώσεις καθώς και για την σχεδίαση εικόνων και γραφικών παραστάσεων, θα πρέπει να τα περάσετε από πάνω με το στυλό.
- Να χρησιμοποιήσετε τα ειδικά Φύλλα Απαντήσεων με την ένδειξη **A** (=answer sheet) για την καταχώρηση των τελικών σας απαντήσεων. Να συμπληρώσετε τα κατάλληλα πεδία με τις απαντήσεις σας και τις αναγκαίες παρατηρήσεις. Να σχεδιάσετε γραφικές παραστάσεις όταν ζητούνται. Να διαγράψετε ανεπιθύμητες απαντήσεις.
- Θα σας παρασχεθούν φύλλα εργασίας με την ένδειξη **W** (=working sheet), τα οποία είναι τα μόνα που μπορείτε να χρησιμοποιήσετε για πρόχειρα. Να διαγράψετε ανεπιθύμητες απαντήσεις και πρόχειρα μέρη της δουλειάς σας που δεν θέλετε να βαθμολογηθούν. Να χρησιμοποιήσετε μόνο την εμπρόσθια όψη κάθε φύλλου και να μην σημειώνετε τίποτε στα περιθώρια.
- Πρόσθετα φύλλα εργασίας με την ένδειξη **Z** διατίθενται κατόπιν αιτήματος. Να ανυψώσετε την πινακίδα "Help" για να ενημερώσετε τον Επιτηρητή.
- Να προσπαθήσετε ώστε οι απαντήσεις σας να είναι όσο το δυνατόν πιο συνοπτικές και ευανάγνωστες. Όπου είναι δυνατόν να χρησιμοποιήσετε εξισώσεις, λογικούς τελεστές, σύμβολα και σχήματα για να αποτυπώσετε τις σκέψεις σας. Να αποφύγετε την χρήση μακροσκελών προτάσεων, καθώς οι Βαθμολογητές ενδέχεται να μην είναι πολύγλωσσοι.
- Ποσοτικοί υπολογισμοί σφαλμάτων και αβεβαιοτήτων δεν απαιτούνται, εκτός αν ζητούνται ρητώς.
- Μην εγκαταλείψετε τον χώρο εργασίας σας χωρίς άδεια. Αν χρειαστεί να πάτε στο μπάνιο ή οποιαδήποτε άλλη βοήθεια, να ανασηκώσετε τις ετικέτες με την ένδειξη "Toilet", "Water", ή "Help".

Στην λήξη της εξέτασης

- Θα πρέπει να σταματήσετε να γράφετε αμέσως μόλις ανακοινωθεί η λήξη της εξέτασης.
- Για κάθε θέμα, να τοποθετήσετε στον κατάλληλο φάκελο τα αντίστοιχα φύλλα με την όψη προς τα πάνω και με την ακόλουθη σειρά: Εξώφυλλο στην αρχή, Γενικές οδηγίες, Φύλλα Ερωτήσεων (**Q**), Φύλλα Απαντήσεων (**A**), Φύλλα Εργασίας (**W**) και τυχόν πρόσθετα φύλλα (**Z**). Να τα ταξινομήσετε βάσει αριθμού σελίδας. Στο τέλος, να ελέγξετε ότι ο κωδικός σας (ID), το όνομά σας και ο αριθμός της θέσης σας είναι ορατά από το διαφανές τμήμα του φακέλου.
- Ο Επιτηρητής θα σας ενημερώσει σχετικά με το πότε μπορείτε να αποχωρήσετε. Μπορείτε να πάρετε τα υπόλοιπα πράγματα μαζί σας, π.χ. το στυλό, το μηχανικό μολύβι, τον χάρακα, την γόμα, τον διαβήτη, τον υπολογιστή τσέπης, τη λάμπα, το μπουκάλι πόσιμου νερού και το κολατσιό.



Ειδικές οδηγίες

Καθ' όλη την διάρκεια της εξέτασης, να χρησιμοποιείτε πάντοτε τις αριθμητικές τιμές που περιλαμβάνονται στις Γενικές Οδηγίες, εκτός αν στην εκφώνηση καθορίζεται κάτι διαφορετικό. Σε κάθε περίπτωση θα επίσης να αναγράφονται οι μονάδες μέτρησης.

DELEGATION PRINT

Πίνακας φυσικών σταθερών

Σταθερά	Συμβολισμός	Τιμή	Μονάδες
Ταχύτητα του φωτός στο κενό	c	$2.997\,924\,58 \times 10^8$	$\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$
Σταθερά Planck	h	$6.626\,070\,15 \times 10^{-34}$	$\text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$
Ανηγμένη σταθερά Planck	$\hbar = \frac{h}{2\pi}$	$1.054\,571\,818 \times 10^{-34}$	$\text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$
Σταθερά Boltzmann	k_B	$1.380\,649 \times 10^{-23}$	$\text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$
Σταθερά Avogadro	N_A	$6.022\,140\,76 \times 10^{23}$	mol^{-1}
Παγκόσμια σταθερά των αερίων	R	$8.314\,462\,618\,153\,24$	$\text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$
Στοιχειώδες ηλεκτρικό φορτίο	e	$1.602\,176\,634 \times 10^{-19}$	$\text{A} \cdot \text{s}$
Παγκόσμια βαρυτική σταθερά.	G	$6.674\,30(15) \times 10^{-11}$	$\text{m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$
Επιτάχυνση της βαρύτητας	g	$9.806\,65$	$\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$
Σταθερά Stefan Boltzmann	σ	$5.670\,374\,419 \times 10^{-8}$	$\text{kg} \cdot \text{s}^{-3} \cdot \text{K}^{-4}$
Μαγνητική διαπερατότητα του κενού	μ_0	$1.256\,637\,061\,27(20) \times 10^{-6}$	$\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{A}^{-2} \cdot \text{s}^{-2}$
Διηλεκτρική σταθερά του κενού	ϵ_0	$8.854\,187\,818\,8(14) \times 10^{-12}$	$\text{A}^2 \cdot \text{s}^4 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{m}^{-3}$
Σταθερά Rydberg	R_∞	$1.097\,373\,156\,815\,7(12) \times 10^7$	m^{-1}
Μάζα ηλεκτρονίου	m_e	$9.109\,383\,713\,9(28) \times 10^{-31}$	kg
Μάζα πρωτονίου	m_p	$1.672\,621\,925\,95(52) \times 10^{-27}$	kg
Μάζα νετρονίου	m_n	$1.674\,927\,500\,56(85) \times 10^{-27}$	kg
Σταθερά ατομικής μάζας	m_u	$1.660\,539\,068\,92(52) \times 10^{-27}$	kg
Ηλεκτρονιοβόλτ	eV	$1.602\,176\,634 \times 10^{-19}$	$\text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$

Υδρογόνο και γαλαξίες (10 μονάδες)

Το πρόβλημα αυτό αποσκοπεί στη μελέτη της ιδιαίτερης φυσικής των γαλαξιών, όπως η δυναμική και η δομή τους. Συγκεκριμένα, περιγράφουμε τον τρόπο μέτρησης της κατανομής της μάζας του γαλαξία μας από το εσωτερικό του. Για το σκοπό αυτό θα επικεντρωθούμε στο υδρογόνο, το κύριο συστατικό του.

Σε όλο αυτό το πρόβλημα θα χρησιμοποιούμε μόνο την σταθερά $\hbar$, που ορίζεται ως $\hbar = h/2\pi$.

Μέρος Α - Εισαγωγή

Ατομικό πρότυπο του Bohr

Υποθέτουμε ότι το άτομο του υδρογόνου αποτελείται από ένα μη σχετικιστικό ηλεκτρόνιο, μάζας m_e , σε τροχιά γύρω από ένα σταθερό πρωτόνιο. Σε ολόκληρο το μέρος Α θεωρούμε την κίνησή του ως κυκλική.

- A.1** Να προσδιορίσετε την ταχύτητα v του ηλεκτρονίου σε κυκλική τροχιά ακτίνας r . 0.2pt

Υποθέτουμε ότι στο ατομικό πρότυπο του Bohr το μέτρο της στροφορμής του ηλεκτρονίου L είναι κβαντισμένο, $L = n\hbar$ όπου $n > 0$ είναι ακέραιος αριθμός. Ορίζουμε $\alpha = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar c} \approx 7.27 \times 10^{-3}$.

- A.2** Να δείξετε ότι η ακτίνα κάθε κυκλικής τροχιάς δίνεται από τη σχέση $r_n = n^2 r_1$, όπου η r_1 ονομάζεται ακτίνα Bohr. Να εκφράσετε το r_1 ως προς τα α , m_e , c και $\hbar$ και να υπολογίσετε την αριθμητική του τιμή με τρία ψηφία. Να εκφράσετε την ταχύτητα v_1 , στην τροχιά ακτίνας r_1 , ως προς α και c . 0.5pt

- A.3** Να προσδιορίσετε τη μηχανική ενέργεια του ηλεκτρονίου E_n σε μια κυκλική τροχιά ακτίνας r_n ως προς τα e , ϵ_0 , r_1 και n . Να προσδιορίσετε το E_1 στη θεμελιώδη κατάσταση ως προς α , m_e και c . Να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή E_1 σε eV. 0.5pt

Λεπτή και υπέρλεπτη δομή υδρογόνου

Η σπάνια και αυθόρμητη αντιστροφή της μαγνητικής ροπής του σπιν του ηλεκτρονίου στο άτομο του υδρογόνου προκαλεί κατά μέσο όρο την εκπομπή ενός μοναδικού φωτονίου κάθε 10 εκατομμύρια χρόνια. Η εκπομπή αυτή ("υπέρλεπτη δομή") χρησιμεύει ως ανιχνευτής υδρογόνου στο σύμπαν και είναι θεμελιώδης στην αστροφυσική. Μία μέθοδος που μας επιτρέπει να εκτιμήσουμε την μαγνητική ροπή του πρωτονίου είναι να θεωρήσουμε το σύστημα αναφοράς του ηλεκτρονίου στη βασική κατάσταση, ενώ το πρωτόνιο περιφέρεται γύρω από το ηλεκτρόνιο σε απόσταση r_1 . Αυτό δημιουργεί ένα μαγνητικό πεδίο $\vec{B}_1$.

- A.4** Να προσδιορίσετε το μέτρο της έντασης B_1 του $\vec{B}_1$ στη θέση του ηλεκτρονίου σε σχέση με τα μ_0 , e , α , c και r_1 . 0.5pt

Η μαγνητική ροπή του σπιν ενός ηλεκτρονίου είναι περίπου $\mathcal{M}_s = \frac{e}{m_e} \hbar$. Η σύζευξη της μαγνητικής ροπής του σπιν αυτού του ηλεκτρονίου με την τροχιακή κίνηση ονομάζεται *λεπτή* (=fine) δομή (F). Αυτό οδηγεί σε μια ενεργειακή διαφορά ΔE_F , που ονομάζεται διάσπαση ενεργειακών επιπέδων, μεταξύ της ενέργειας ενός ηλεκτρονίου με σπιν $\vec{\mathcal{M}}_s$ παράλληλο προς το $\vec{B}_1$ και της ενέργειας ενός ηλεκτρονίου με σπιν αντιπαράλληλο προς το $\vec{B}_1$. Η διάσπαση στην *υπέρλεπτη* (hyperfine) δομή (HF) οφείλεται στη σύζευξη μεταξύ των σπιν του ηλεκτρονίου και του πρωτονίου και δίνεται από τη σχέση $\Delta E_{HF} \approx 3.72 \frac{m_e}{m_p} \Delta E_F$.

όπου m_p είναι η μάζα του πρωτονίου.

- A.5** Να εκφράσετε το ΔE_F ως συνάρτηση των α και E_1 . 0.5pt
 Να εκφράσετε το μήκος κύματος λ_{HF} του φωτονίου που εκπέμπεται κατά την διάρκεια μιας μετάβαση μεταξύ των δύο καταστάσεων της υπέρλεπτης δομής και να δώσετε την αριθμητική του τιμή με δύο ψηφία.

Μέρος Β - Καμπύλες περιστροφής γαλαξιών

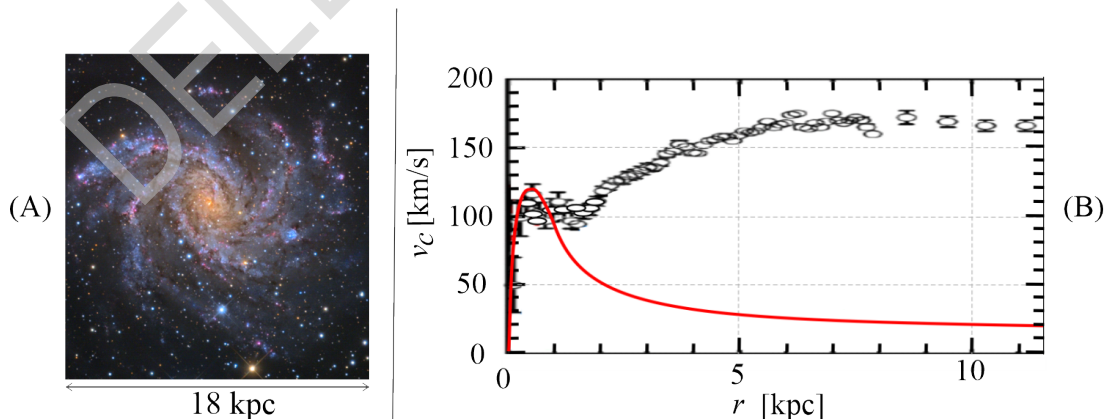
Δεδομένα

- Kiloparsec: $1 \text{ kpc} = 3.09 \times 10^{19} \text{ m}$
- Ηλιακή μάζα : $1 M_\odot = 1.99 \times 10^{30} \text{ kg}$

Θεωρούμε έναν σφαιρικό γαλαξία με κέντρο ένα σταθερό σημείο O . Σε κάθε σημείο P , έστω $\rho = \rho(P)$ η πυκνότητα και $\varphi = \varphi(P)$ το αντίστοιχο βαρυτικό δυναμικό (δηλαδή η δυναμική ενέργεια ανά μονάδα μάζας). Τόσο το ρ όσο και το φ εξαρτώνται μόνο από το $r = \|\vec{OP}\|$. Η κίνηση μιας μάζας m που βρίσκεται στο P , λόγω του πεδίου φ , περιορίζεται σε ένα επίπεδο που περιέχει το O .

- B.1** Στην περίπτωση κυκλικής τροχιάς, να προσδιορίσετε την ταχύτητα v_c ενός σώματος που εκτελεί κυκλική τροχιά διερχόμενο από το P ως προς τα r και $\frac{d\varphi}{dr}$. 0.2pt

Το Σχήμα 1(A) είναι μια εικόνα του σπειροειδούς γαλαξία NGC 6946 στην ορατή ζώνη (από το τηλεσκόπιο 0.8m Schulman στο Mount Lemmon Sky Center στην Αριζόνα). Οι μικρές ελλείψεις στο Σχ. 1(B) απεικονίζουν πειραματικές μετρήσεις του v_c για αυτόν τον γαλαξία. Η κεντρική περιοχή ($r < 1 \text{ kpc}$) ονομάζεται περιοχή διόγκωσης (bulge). Στην περιοχή αυτή, η κατανομή της μάζας είναι περίπου ομοιόμορφη. Η κόκκινη καμπύλη είναι μια πρόβλεψη για την v_c αν το σύστημα ήταν ομογενές στην περιοχή της διόγκωσης και ακολουθούσε το Νόμο του Kepler ($\varphi(r) = -\beta/r$ με $\beta > 0$) έξω από αυτήν, δηλαδή θεωρώντας ότι η συνολική μάζα του γαλαξία είναι συγκεντρωμένη στην περιοχή διόγκωσης.



Εικ. 1: Γαλαξίας NGC 6946 (A) και καμπύλη περιστροφής (B).

- B.2** Να βρείτε τη μάζα M_b της περιοχής διόγκωσης του NGC 6946 από την κόκκινη καμπύλη περιστροφής στο Σχήμα 1(B), σε μονάδες ηλιακής μάζας (δηλαδή συναρτήσει της μάζας του ήλιου). 0.5pt

Η σύγκριση του μοντέλου του Κέπλερ με τα πειραματικά δεδομένα επιβεβαιώνει την ιδέα των αστρονόμων ότι μέρος της μάζας είναι αόρατο στην εικόνα. Υποθέτουν συνεπώς ότι η πραγματική πυκνότητα του γαλαξία δίνεται από τη σχέση

$$\rho_m(r) = \frac{C_m}{r_m^2 + r^2} \quad (1)$$

όπου $C_m > 0$ και $r_m > 0$ είναι σταθερές.

B.3 Να δείξετε ότι το μέτρο της ταχύτητας $v_{c,m}(r)$, που αντιστοιχεί στην πυκνότητα μάζας στην εξίσωση 1, μπορεί να γραφεί ως $v_{c,m}(r) = \sqrt{k_1 - \frac{k_2 \arctan(\frac{r}{r_m})}{r}}$. Να εκφράσετε τα k_1 και k_2 ως προς τα C_m , r_m και G . 1.8pt

(Υποδείξεις: $\int_0^r \frac{x^2}{a^2 + x^2} dx = r - a \arctan(r/a)$, και: $\arctan(x) \simeq x - x^3/3$ για το $x \ll 1$.)

Να απλοποιήσετε το $v_{c,m}(r)$ όταν $r \ll r_m$ και όταν $r \gg r_m$.

Να δείξετε πως αν $r \gg r_m$, η μάζα $M_m(r)$ που αντιστοιχεί σε όγκο ακτίνας r με την πυκνότητα που δίνεται από την εξίσωση 1 απλοποιείται και εξαρτάται μόνο από τις C_m και r .

Εκτιμήστε τη μάζα του γαλαξία NGC 6946 που υπάρχει στην πραγματικότητα στην εικόνα του σχήματος 1(A).

Μέρος Γ - Κατανομή μάζας στον γαλαξία μας

Για έναν σπειροειδή γαλαξία, το μοντέλο για την Εξ. 1 τροποποιείται και συνήθως θεωρούμε ότι το βαρυτικό δυναμικό δίνεται από τη σχέση $\varphi_G(r, z) = \varphi_0 \ln\left(\frac{r}{r_0}\right) \exp\left[-\left(\frac{z}{z_0}\right)^2\right]$, όπου z είναι η απόσταση από το γαλαξιακό επίπεδο (που ορίζεται από τη σχέση $z = 0$), $r < r_0$ είναι τώρα η ακτίνα κατά μήκος του άξονα και $\varphi_0 > 0$ μια σταθερά που πρέπει να προσδιοριστεί. Τα r_0 και z_0 είναι σταθερές.

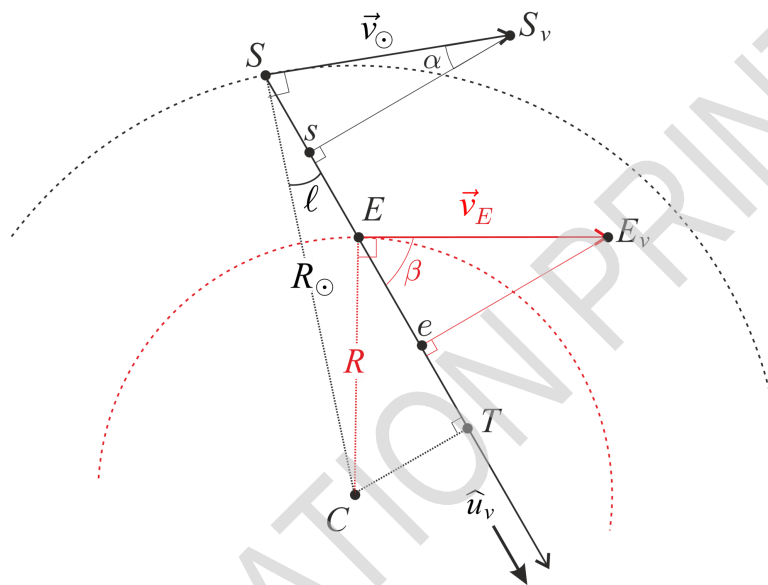
C.1 Να βρείτε την εξίσωση κίνησης στον άξονα z για την κατακόρυφη κίνηση μιας σημειακής μάζας m σε ένα τέτοιο δυναμικό, θεωρώντας ότι το r είναι σταθερό. Να δείξετε ότι, αν $r < r_0$, το γαλαξιακό επίπεδο είναι αντιστοιχεί σε ευσταθή ισορροπία, δίνοντας την κυκλική συχνότητα ω_0 μικρών ταλαντώσεων γύρω από αυτό. 0.5pt

Από το σημείο αυτό της άσκησης θεωρούμε $z = 0$.

C.2 Να επιλέξετε μία από τις δύο ακόλουθες παραδοχές, είτε $r \gg r_m$ είτε $r \ll r_m$, και να δείξετε ότι το μοντέλο της Εξ. 1 οδηγεί σε ένα δυναμικό της μορφής $\varphi_G(r, 0)$ με κατάλληλο ορισμό του φ_0 . 0.6pt
Υπό αυτή τη συνθήκη το $v_c(r)$ δεν εξαρτάται πλέον από το r . Να το εκφράσετε ως προς φ_0 .

Επομένως, έξω από την περιοχή διόγκωσης το μέτρο ταχύτητας v_c δεν εξαρτάται από την απόσταση από το γαλαξιακό κέντρο. Θα χρησιμοποιήσουμε αυτό το γεγονός, όπως κάνουν οι αστρονόμοι, για να μετρήσουμε την κατανομή της μάζας του γαλαξία από το εσωτερικό του.

Όλα τα γαλαξιακά αντικείμενα που εδώ τίθενται σε αστρονομικές παρατηρήσεις, όπως αστέρια ή νεφελώματα, αποτελούνται κυρίως από υδρογόνο. Έξω από τη περιοχή διόγκωσης, υποθέτουμε ότι αυτά τα αντικείμενα περιστρέφονται σε κυκλικές τροχιές γύρω από το γαλαξιακό κέντρο C . Με S συμβολίζεται η θέση του ήλιου και με E η θέση ενός συγκεκριμένου γαλαξιακού αντικειμένου που εκπέμπει στο φάσμα του υδρογόνου. Στο γαλαξιακό επίπεδο, θεωρούμε μια γραμμή θέασης SE που αντιστοιχεί στον προσανατολισμό μιας παρατήρησης, πάνω στο μοναδιαίο διάνυσμα $\hat{u}_v$ (βλ. Σχήμα 2).

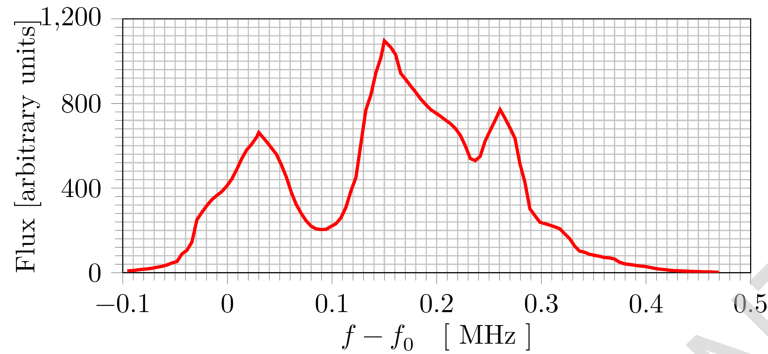


Σχ. 2: Γεωμετρία της μέτρησης

Έστω ℓ το γαλαξιακό γεωγραφικό μήκος, που αντιστοιχεί στην γωνία μεταξύ των SC και SE . Η ταχύτητα του ήλιου στην κυκλική τροχιά του ακτίνας $R_\odot = 8.00 \text{ kpc}$ συμβολίζεται με $\vec{v}_\odot$. Ένα γαλαξιακό αντικείμενο στο E διαγράφει κυκλική τροχιά ακτίνας R με ταχύτητα $\vec{v}_E$. Χρησιμοποιώντας το φαινόμενο Doppler στη γραμμή των 21 cm που μελετήθηκε προηγουμένως, μπορεί κάποιος να βρει τη σχετική ακτινική ταχύτητα $v_{rE/S}$ του πομπού E σε σχέση με τον ήλιο S : είναι η προβολή του $\vec{v}_E - \vec{v}_\odot$ στη διεύθυνση θέασης.

C.3 Να προσδιορίσετε το $v_{rE/S}$ σε σχέση με τα ℓ , R , $R_\odot$ και $v_\odot$. Στη συνέχεια, να εκφράσετε το R ως προς τα $R_\odot$, $v_\odot$, ℓ και $v_{rE/S}$. 0.7pt

Χρησιμοποιώντας ένα ραδιοτηλεσκόπιο, κάνουμε παρατηρήσεις στο επίπεδο του γαλαξία μας προς ένα γεωγραφικό μήκος $\ell = 30^\circ$. Η χρησιμοποιούμενη ζώνη συχνοτήτων περιλαμβάνει την γραμμή 21 cm , της οποίας η συχνότητα είναι $f_0 = 1.42 \text{ GHz}$. Τα αποτελέσματα παρατίθενται στο Σχήμα 3.



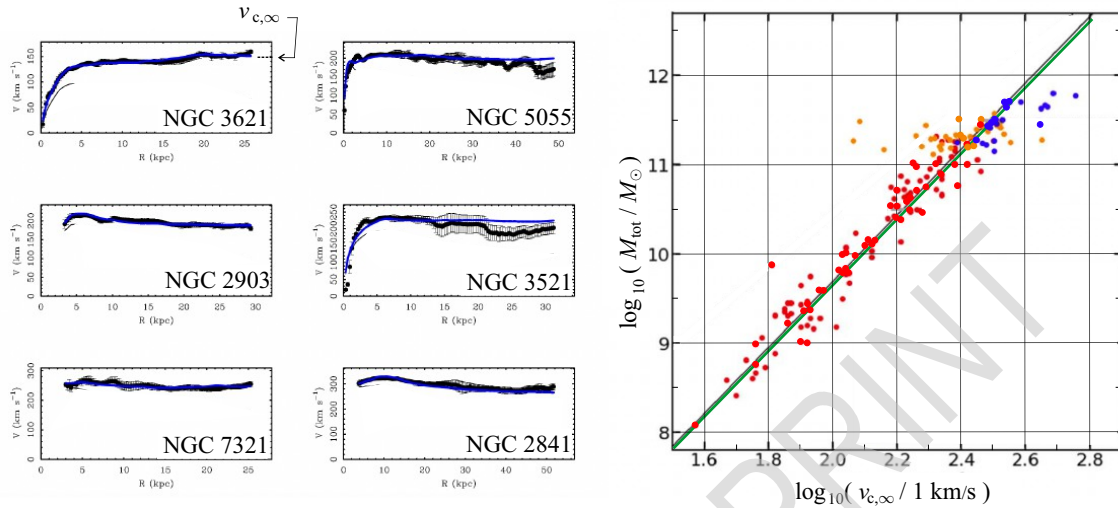
Σχ. 3: Ηλεκτρομαγνητικό σήμα ως συνάρτηση της μετατόπισης συχνότητας που μετρήθηκε στη ζώνη ραδιοσυχνοτήτων στη διεύθυνση $\ell = 30^\circ$ με τη χρήση του EU-HOU RadioAstronomy

C.4 Στον γαλαξία μας, $v_\odot = 220 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$. Να προσδιορίσετε τις τιμές της σχετικής ακτινικής ταχύτητας (με 3 σημαντικά ψηφία) και της απόστασης από το γαλαξιακό κέντρο (με 2 σημαντικά ψηφία) των 3 πηγών που παρατηρούνται στο Σχήμα 3. Οι αποστάσεις να εκφραστούν ως πολλαπλάσια της $R_\odot$. 0.6pt

C.5 Στην επάνω όψη του γαλαξία μας (στο απαντητικό φύλλο), να υποδείξετε τις θέσεις των πηγών που φαίνονται στο Σχήμα 3. Τι θα μπορούσατε να συμπεράνετε από αυτές τις επαναλαμβανόμενες μετρήσεις; 0.6pt

Μέρος Δ - Σχέση Tully-Fisher και θεωρία MOND

Το επίπεδο τμήμα της καμπύλης εξωτερικής ταχύτητας του NGC 6946 στο Σχήμα 1 είναι μια κοινή ιδιότητα των σπειροειδών γαλαξιών, όπως φαίνεται στο Σχήμα 4 (αριστερά). Η απεικόνιση της τιμής της εξωτερικής σταθερής ταχύτητας $v_{c,\infty}$ ως συνάρτηση της μετρούμενης συνολικής μάζας M_{tot} κάθε γαλαξία δίνει μια ενδιαφέρουσα συσχέτιση που ονομάζεται σχέση Tully-Fischer, βλέπε Σχ. 4 (δεξιά).



Σχήμα 4. Αριστερά: Καμπύλες περιστροφής για τυπικούς σπειροειδείς γαλαξίες - Δεξιά: $\log_{10}(M_{\text{tot}})$ ως συνάρτηση του $\log_{10}(v_{c,\infty})$ σε γραμμική κλίμακα. Οι έγχρωμες κουκκίδες αντιστοιχούν σε διαφορετικούς γαλαξίες και σε διαφορετικές έρευνες. Η πράσινη γραμμή είναι η σχέση Tully-Fischer και αποτελεί πολύ καλή προσέγγιση της βέλτιστης ευθείας των πειραματικών δεδομένων (μαύρη γραμμή).

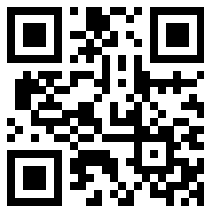
- D.1** Να δείξετε ότι το μοντέλο της εξίσωσης 1 (μέρος Β) οδηγεί σε μια σχέση της μορφής $M_{\text{tot}} = \eta v_{c,\infty}^\gamma$ όπου τα γ και η πρέπει να προσδιοριστούν. Να συγκρίνετε την έκφραση αυτή με τη σχέση Tully Fischer υπολογίζοντας το γ_{TF} . 0.4pt

Στην περίπτωση εξαιρετικά χαμηλής επιτάχυνσης, της τάξης του $a_0 = 10^{-10} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$, η θεωρία της τροποποιημένης Νευτώνειας Δυναμικής (MOND) προβλέπει ότι μπορούμε να τροποποιήσουμε τον δεύτερο νόμο του Νεύτωνα χρησιμοποιώντας την σχέση $\vec{F} = m\mu\left(\frac{a}{a_0}\right)\vec{a}$ όπου $a = \|\vec{a}\|$ είναι το μέτρο της επιτάχυνσης και η συνάρτηση μ ορίζεται από τη σχέση $\mu(x) = \frac{x}{1+x}$.

- D.2** Χρησιμοποιώντας τα δεδομένα για τον NGC 6946 στο Σχήμα 1, να εκτιμήσετε, στο πλαίσιο της θεωρίας του Νεύτωνα, το μέτρο της επιτάχυνσης a_m μιας μάζας στην εξωτερική περιοχή του NGC 6946. 0.2pt

- D.3** Έστω m μια μάζα σε κυκλική τροχιά ακτίνας r με ταχύτητα $v_{c,\infty}$ στο πεδίο βαρύτητας μιας σταθερής μάζας M . Στο πλαίσιο της θεωρίας MOND, με $a \ll a_0$, να προσδιορίσετε τον εκθέτη Tully-Fischer. Χρησιμοποιώντας δεδομένα που ισχύουν για τον NGC 6946 να ελέγξετε τη συμφωνία μεταξύ πειράματος και θεωρίας υπολογίζοντας την τιμή του a_0 . 0.8pt

- D.4** Λαμβάνοντας υπόψη σχετικές περιπτώσεις, να προσδιορίσετε το $v_c(r)$ για όλες τις τιμές του r στη θεωρία MOND στην περίπτωση ενός βαρυτικού πεδίου που οφείλεται σε μια ομοιόμορφη κατανομή μάζας M με ακτίνα R_b . 0.9pt



Υδρογόνο και γαλαξίες (10 μονάδες)

Μέρος A - Εισαγωγή

Ατομικό Πρότυπο Bohr

A.1 (0.2pt)

$$\nu =$$

A.2 (0.5pt)

Έκφραση: $r_1 =$

Αριθμητική τιμή: $r_1 =$

$$\nu_1 =$$

A.3 (0.5pt)

$$E_n =$$

$$E_1 =$$

Αριθμητική τιμή: $E_1 =$

Λεπτή και υπέρλεπτη δομή υδρογόνου

A.4 (0.5pt)

$$B_1 =$$

A.5 (0.5pt)

$$\Delta E_F =$$

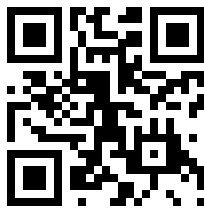
Έκφραση του $\lambda_{\text{HF}} =$

Τιμή του $\lambda_{\text{HF}} =$

Μέρος B - Καμπύλες περιστροφής γαλαξιών

B.1 (0.2pt)

$$v_c =$$

**B.2 (0.5pt)**

$$M_b =$$

B.3 (1.8pt)

$$k_1 =$$

$$k_2 =$$

$$v_{c,m}(r \ll r_m) \simeq$$

$$v_{c,m}(r \gg r_m) \simeq$$

$$M_m(r \gg r_m) \simeq$$

$$M_{\text{in the figure}} =$$

Μέρος Γ - Κατανομή μάζας στον γαλαξία μας**C.1 (0.5pt)**

Εξίσωση κατακόρυφης κίνησης:

$$\omega_0 =$$

C.2 (0.6pt)

$$\varphi_0 =$$

$$v_c(r) =$$

C.3 (0.7pt)

$$v_{rE/S} =$$

$$R =$$

C.4 (0.6pt)

$$v_{r,1} =$$

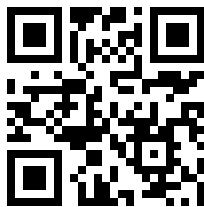
$$v_{r,2} =$$

$$v_{r,3} =$$

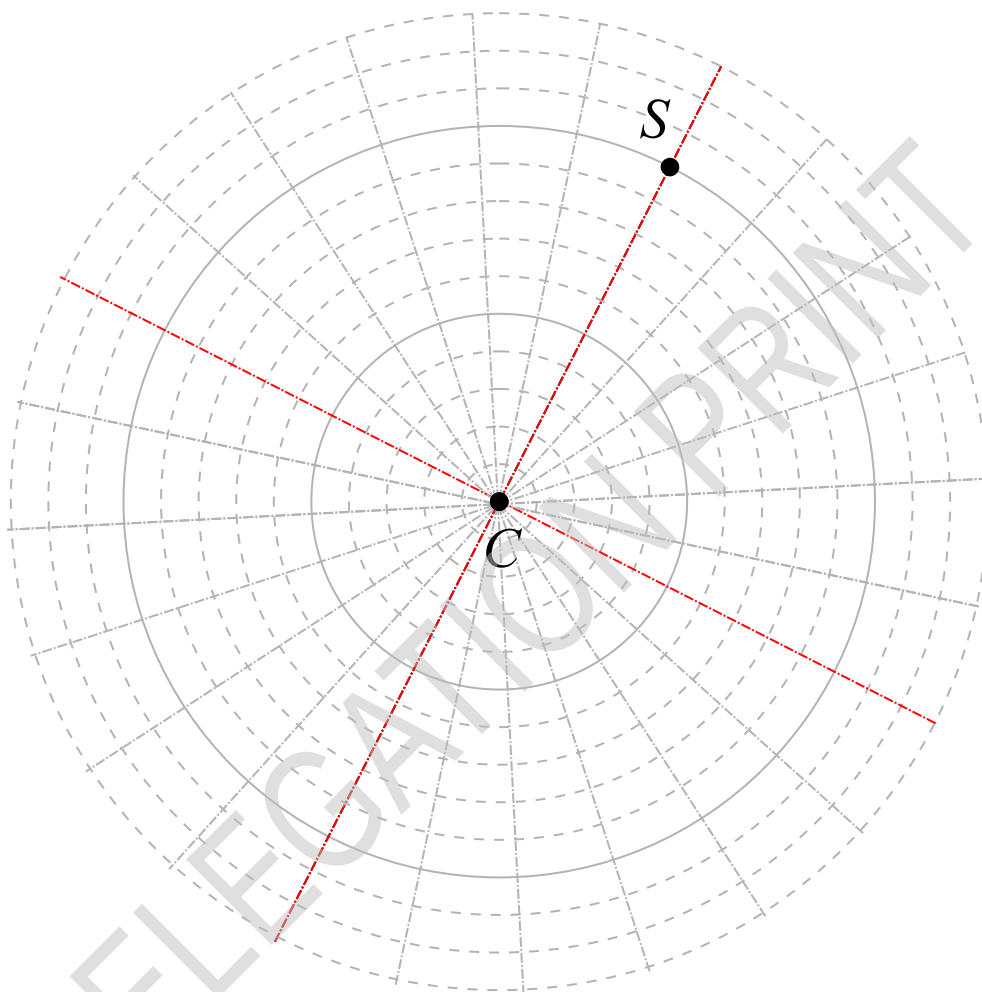
$$R_1 =$$

$$R_2 =$$

$$R_3 =$$



C.5 (0.6pt)



Συμπέρασμα:

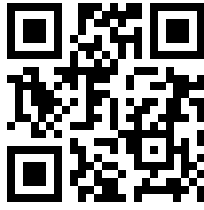
Μέρος Δ - Σχέση Tully-Fisher και θεωρία MOND

D.1 (0.4pt)

$\eta =$

$\gamma =$

$\gamma_{TF} =$

**D.2** (0.2pt)

$$a_m =$$

D.3 (0.8pt)

$$\text{Αν } a \ll a_0 \text{ τότε } \gamma_{\text{Mond}} =$$

$$a_0 =$$

D.4 (0.9pt)

$$v_c(r) =$$

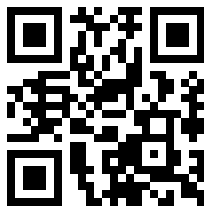
$$v_c(r) =$$

DELEGATION PRINT

Theory



International
Physics Olympiad
FRANCE 2025



GRC-S-1 T-1 W-1

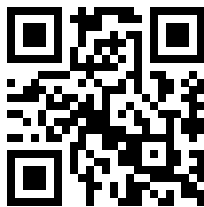
W1-1

DELEGATION PRINT

Theory



International
Physics Olympiad
FRANCE 2025



GRC-S-1 T-1 W-2

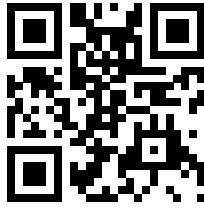
W1-2

DELEGATION PRINT

Theory



International
Physics Olympiad
FRANCE 2025



GRC-S-1 T-1 W-3

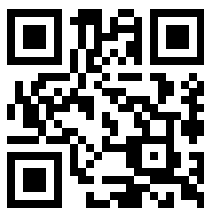
W1-3

DELEGATION PRINT

Theory



International
Physics Olympiad
FRANCE 2025



GRC-S-1 T-1 W-4

W1-4

DELEGATION PRINT

Theory



International
Physics Olympiad
FRANCE 2025



GRC-S-1 T-1 W-5

W1-5

DELEGATION PRINT

Theory



International
Physics Olympiad
FRANCE 2025



GRC-S-1 T-1 W-6

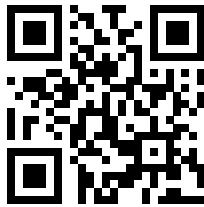
W1-6

DELEGATION PRINT

Theory



International
Physics Olympiad
FRANCE 2025



GRC-S-1 T-1 W-7

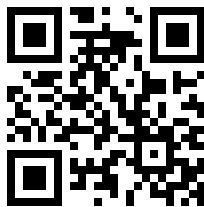
W1-7

DELEGATION PRINT

Theory



International
Physics Olympiad
FRANCE 2025



GRC-S-1 T-1 W-8

W1-8

DELEGATION PRINT

Theory



International
Physics Olympiad
FRANCE 2025



GRC-S-1 T-1 W-9

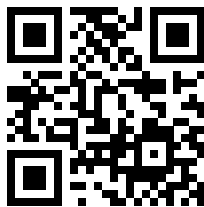
W1-9

DELEGATION PRINT

Theory



International
Physics Olympiad
FRANCE 2025



GRC-S-1 T-1 W-10

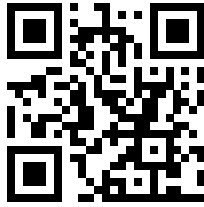
W1-10

DELEGATION PRINT

Theory



International
Physics Olympiad
FRANCE 2025



GRC-S-1 T-1 W-11

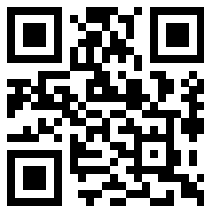
W1-11

DELEGATION PRINT

Theory



International
Physics Olympiad
FRANCE 2025



GRC-S-1 T-1 W-12

W1-12

DELEGATION PRINT

Theory



International
Physics Olympiad
FRANCE 2025



GRC-S-1 T-1 W-13

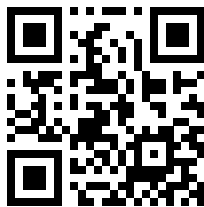
W1-13

DELEGATION PRINT

Theory



International
Physics Olympiad
FRANCE 2025



GRC-S-1 T-1 W-14

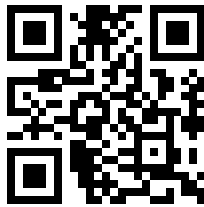
W1-14

DELEGATION PRINT

Theory



International
Physics Olympiad
FRANCE 2025



GRC-S-1 T-1 W-15

W1-15

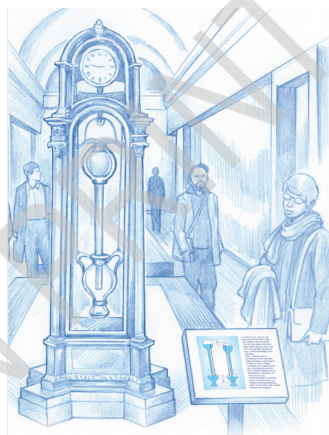
DELEGATION PRINT

Χρονόμετρο του Cox (10 μονάδες)

Το 1765, ο Βρετανός ωρολογοποιός James Cox εφηύρε ένα ρολόι του οποίου η μόνη πηγή ενέργειας είναι οι διακυμάνσεις της ατμοσφαιρικής πίεσης. Το ρολόι του Cox χρησιμοποιούσε δύο δοχεία που περιείχαν υδράργυρο. Οι μεταβολές της ατμοσφαιρικής πίεσης προκαλούσαν τη μετακίνηση του υδραργύρου μεταξύ των δοχείων και τη μετακίνηση των δύο δοχείων το ένα σε σχέση με το άλλο. Αυτή η κίνηση λειτουργούσε ως πηγή ενέργειας για το πραγματικό ρολόι.

Προτείνουμε μια ανάλυση αυτής της συσκευής. Καθ' όλη τη διάρκεια, υποθέτουμε ότι

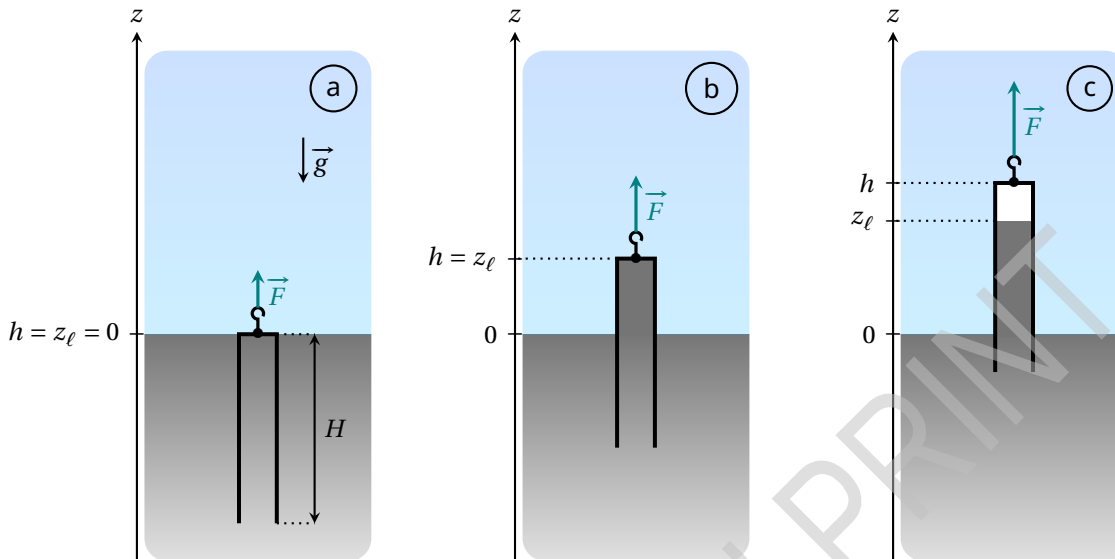
- το βαρυτικό πεδίο της Γης $\vec{g} = -g \vec{u}_z$ είναι ομογενές με $g = 9.8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ και $\vec{u}_z$ το μοναδιαίο διάνυσμα στον άξονα z ,
- όλα τα υγρά είναι ασυμπίεστα και η πυκνότητά τους συμβολίζεται με ρ ,
- δεν θα ληφθούν υπόψη τριχοειδή φαινόμενα,
- οι μεταβολές της ατμοσφαιρικής πίεσης με το υψόμετρο αμελούνται,
- η θερμοκρασία περιβάλλοντος T_a είναι ομοιόμορφη και όλες οι μεταβολές είναι ισόθερμες.



Σχήμα 1. Καλλιτεχνική απεικόνιση του ρολογιού του Cox ¹

Μέρος Α - Έλξη προς τα άνω ενός βυθισμένου σωλήνα

Θεωρούμε αρχικά ένα δοχείο γεμάτο με νερό που καταλαμβάνει τον ημιάπειρο χώρο $z \leq 0$. Ο αέρας πάνω από αυτό βρίσκεται σε πίεση $P_a = P_0$. Ένας κυλινδρικός κατακόρυφος σωλήνας μήκους $H = 1 \text{ m}$, εμβαδού διατομής $S = 10 \text{ cm}^2$ και μάζας $m = 0.5 \text{ kg}$ βυθίζεται στο δοχείο. Το κάτω άκρο του σωλήνα είναι ανοικτό και το πάνω κλειστό. Συμβολίζουμε με h το υψόμετρο της κορυφής του σωλήνα και z_ℓ το υψόμετρο του νερού στο εσωτερικό του σωλήνα. Το πάχος των τοιχωμάτων του σωλήνα αμελείται.



Σχήμα 2. Σκίτσο του σωλήνα σε διάφορες περιπτώσεις

Ξεκινάμε από την κατάσταση στην οποία ο σωλήνας του Σχήματος 2 δεν περιέχει αέριο και η κορυφή του βρίσκεται στο επίπεδο της ελεύθερης επιφάνειας του νερού: με άλλα λόγια, $h = 0$ και $z_\ell = 0$ (περίπτωση α). Στη συνέχεια, ο σωλήνας ανυψώνεται αργά έως ότου το κάτω άκρο του φτάσει στην ελεύθερη επιφάνεια του υγρού. Η ελκτική δύναμη που ασκείται στο σωλήνα συμβολίζεται με $\vec{F} = F \vec{u}_z$.

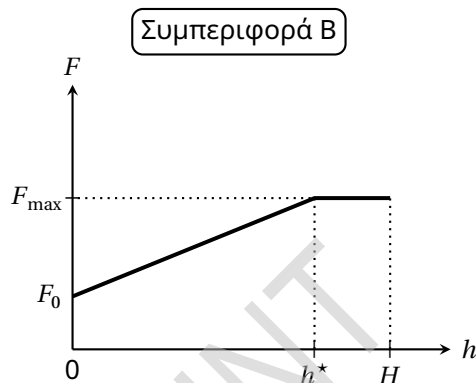
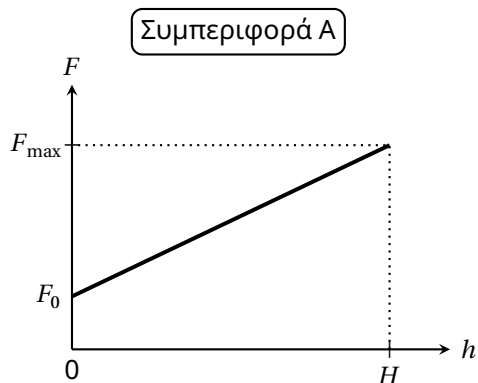
- A.1** Για τη διάταξη που φαίνεται στο Σχ. 2 (περίπτωση b), να εκφράσετε την πίεση P_w στο νερό στην κορυφή του σωλήνα. Επίσης, να εκφράσετε τη δύναμη $\vec{F}$ που είναι απαραίτητη για να διατηρηθεί ο σωλήνας στη θέση αυτή. Οι εκφράσεις πρέπει να γραφούν συναρτήσει των P_0 , ρ , m , S , h , g και $\vec{u}_z$. 0.2pt

Πραγματοποιούνται τρία πειράματα. Σε κάθε ένα από αυτά, ο σωλήνας ανυψώνεται από την αρχική θέση που φαίνεται στο Σχ. 2(a) υπό τις συνθήκες που καθορίζονται στον Πίνακα 1.

Πείραμα	Υγρό	T_a (°C)	ρ (kg · m ⁻³)	P_{sat} (Pa)
1	Νερό	20	1.00×10^3	2.34×10^3
2	Νερό	80	0.97×10^3	47.4×10^3
3	Νερό	99	0.96×10^3	99.8×10^3

Πίνακας 1. Πειραματικές συνθήκες και αριθμητικές τιμές των φυσικών μεγεθών για κάθε πείραμα (P_{sat} δηλώνει την πίεση κορεσμένων ατμών του καθαρού ρευστού)

Σε κάθε περίπτωση, μελετάμε την εξέλιξη της δύναμης F που πρέπει να ασκηθεί για να διατηρηθεί ο σωλήνας σε ισορροπία σε ένα υψόμετρο h , με την εξωτερική πίεση να είναι σταθερή με τιμή $P_a = P_0 = 1.000 \times 10^5$ Pa. Δύο διαφορετικές συμπεριφορές είναι δυνατές



- A.2** Για κάθε πείραμα, να συμπληρώσετε τον πίνακα στο φύλλο απαντήσεων για να δείξετε την αναμενόμενη συμπεριφορά και τις αριθμητικές τιμές για το $F_{\max}$ και για το h^* (όταν είναι σχετικές), όπου τα $F_{\max}$ και h^* ορίζονται στα σχήματα που απεικονίζουν τις δύο συμπεριφορές. 0.8pt

Όταν αντικαταστήσουμε το νερό με υγρό υδράργυρο (του οποίου οι ιδιότητες δίνονται παρακάτω), παρατηρείται η συμπεριφορά Β.

Υγρό	T_a (°C)	ρ (kg · m ⁻³)	P_{sat} (Pa)
Υδράργυρος	20	13.5×10^3	0.163

- A.3** Να εκφράσετε το σχετικό σφάλμα ε που εμφανίζεται όταν αξιολογούμε τη μέγιστη δύναμη $F_{\max}$, αμελώντας το P_{sat} σε σύγκριση με το P_0 . Να δώσετε την αριθμητική τιμή του ε . 0.3pt

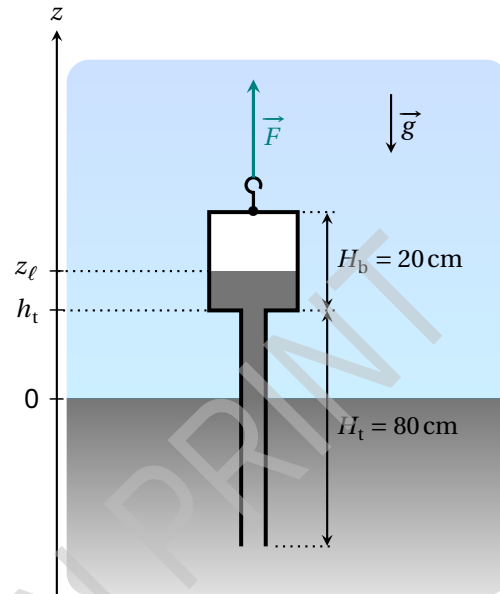
Μέρος Β - Βαρομετρικός σωλήνας δύο τμημάτων

Από εδώ και στο εξής, εργαζόμαστε με υδράργυρο (πυκνότητα $\rho = 13.5 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$) σε θερμοκρασία περιβάλλοντος $T_a = 20^\circ\text{C}$ και λαμβάνουμε $P_{\text{sat}} = 0$.

Ας θεωρήσουμε έναν σωλήνα με μια δεξαμενή στην κορυφή, που μοντελοποιείται ως δύο κύλινδροι διαφορετικών διαστάσεων, όπως φαίνεται στο Σχήμα 3:

- το κάτω μέρος (το οποίο θα εξακολουθήσουμε να το λέμε σωλήνα) έχει εμβαδόν διατομής S_t και ύψος $H_t = 80 \text{ cm}$,
- το πάνω μέρος (που θα ονομάζεται βολβός) έχει εμβαδόν διατομής $S_b > S_t$ και ύψος $H_b = 20 \text{ cm}$.

Αυτός ο σωλήνας δύο τμημάτων βυθίζεται σε ένα ημιάπειρο δοχείο με υγρό.



Σχήμα 3. Σχέδιο του βαρομετρικού σωλήνα δύο τμημάτων

Όπως και στο μέρος Α, το σύστημα προετοιμάζεται έτσι ώστε ο σωλήνας να μην περιέχει αέρα. Προσδιορίζουμε την κατακόρυφη θέση του σωλήνα από το υψόμετρο h_t της ένωσης μεταξύ του κάτω μέρους του σωλήνα και του βολβού. Το ύψος της στήλης του υδραργύρου συμβολίζεται και πάλι με z_ℓ . Η δύναμη $\vec{F}$, που πρέπει να ασκηθεί για να διατηρηθεί ο σωλήνας σε ισορροπία στη διάταξη που φαίνεται στο Σχήμα 3, μπορεί τώρα να γραφεί ως εξής

$$\vec{F} = (m_{\text{tb}} + m_{\text{add}}) g \vec{u}_z \quad (1)$$

όπου m_{tb} είναι η συνολική μάζα του σωλήνα δύο τμημάτων (όταν είναι άδειος).

- B.1** Στο φύλλο απαντήσεων να γραμμοσκιάσετε τον όγκο του υδραργύρου που είναι υπεύθυνος για την εμφάνιση του όρου m_{add} στην εξίσωση (1). 0.3pt

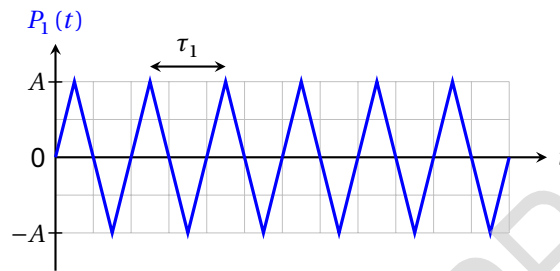
Η μάζα m_{add} εξαρτάται τόσο από το ύψος h_t όσο και από την ατμοσφαιρική πίεση P_a . Για την επόμενη ερώτηση, να υποθέσετε ότι η ατμοσφαιρική πίεση είναι σταθερή με τιμή $P_a = P_0 = 1.000 \times 10^5 \text{ Pa}$. Ξεκινώντας από την κατάσταση όπου ο σωλήνας είναι πλήρως βυθισμένος, ανυψώνεται αργά μέχρι η βάση του να είναι στο ίδιο επίπεδο με την ελεύθερη επιφάνεια του υγρού.

- B.2** Να σχεδιάσετε ποιοτικά την μεταβολή της μάζας m_{add} ως συνάρτηση της h_t για το $h_t \in [-H_b, H_t]$. Στη γραφική παράσταση να γράψετε την έκφραση της κλίσης κάθε τμήματος, καθώς και την αναλυτική τιμή h_t κάθε σημείου μεταβολής κλίσης, συναρτήσει των P_0 , ρ , g , S_b , S_t , H_b και H_t . 1.4pt

Καθώς το σύστημα ανυψώνεται ενώ $P_a = P_0 = 10^5 \text{ Pa}$, σταματάμε όταν η ελεύθερη επιφάνεια του υγρού βρίσκεται στο μέσο του βολβού. Η τιμή του h_t είναι σταθερή και στη συνέχεια παρατηρούμε μεταβολές στη μάζα m_{add} λόγω μεταβολών στην ατμοσφαιρική πίεση που περιγράφεται από την σχέση

$$P_a(t) = P_0 + P_1(t) \quad (2)$$

όπου με P_0 συμβολίζεται η μέση τιμή και P_1 είναι η διακύμανση της πίεσης. Μοντελοποιούμε το P_1 με μια περιοδική πριονωτή (τεθλασμένη τριγωνική) συνάρτηση πλάτους $A = 5 \times 10^2 \text{ Pa}$ και περιόδου τ_1 1 εβδομάδας.



Σχήμα 4. Απλοποιημένο μοντέλο του όρου διακύμανσης $P_1(t)$

- B.3** Δεδομένου ότι $S_t = 5 \text{ cm}^2$ και $S_b = 200 \text{ cm}^2$, να εκφράσετε το πλάτος Δm_{add} των μεταβολών της μάζας m_{add} με την πάροδο του χρόνου και, στη συνέχεια, να δώσετε την αριθμητική του τιμή. Να υποθέσετε ότι η ελεύθερη επιφάνεια του υγρού παραμένει πάντα μέσα στο βολβό. 0.3pt

Μέρος Γ - Το χρονόμετρο του Cox

Ο πραγματικός μηχανισμός που ανέπτυξε ο Cox είναι πολύπλοκος (Σχήμα 5). Μελετάμε μια απλουστευμένη εκδοχή του, που απεικονίζεται στο Σχ. 6 και περιγράφεται παρακάτω

- μια κυλινδρική δεξαμενή που περιέχει υδράργυρο,
- ένας βαρομετρικός σωλήνας δύο τμημάτων, πανομοιότυπος με αυτόν που μελετήθηκε στο μέρος Β, ο οποίος εξακολουθεί να είναι μην περιέχει αέρα, βυθίζεται στην δεξαμενή,
- η δεξαμενή και ο σωλήνας δύο τμημάτων αναρτώνται από δύο καλώδια. Και τα δύο καλώδια (υποθέτουμε ότι είναι ανελαστικά και αμελητέας μάζας) διέρχονται από ένα σύστημα ιδανικών τροχαλίων και καταλήγουν προσαρτημένα εκατέρωθεν της ίδιας μάζας M , η οποία μπορεί να ολισθαίνει σε οριζόντια επιφάνεια,
- ο συνολικός όγκος του υγρού υδραργύρου που περιέχεται στο σύστημα είναι $V_\ell = 5 \text{ L}$.

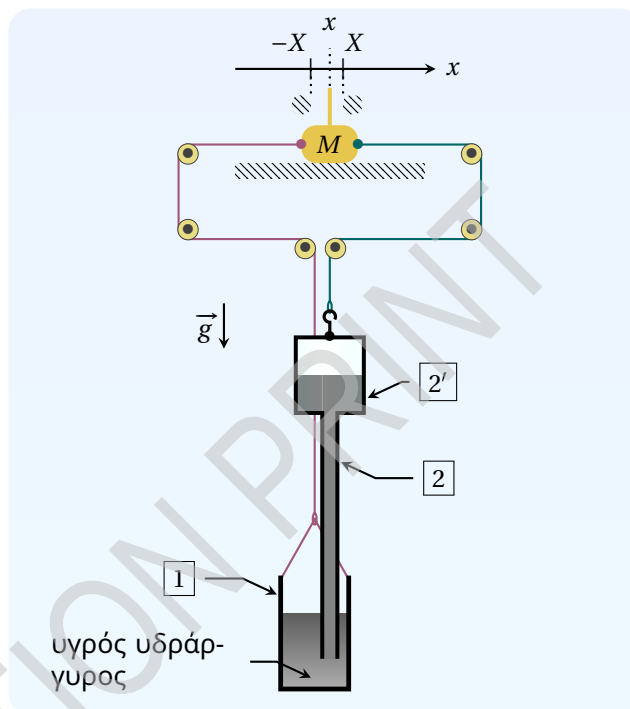
Το ύψος, η διατομή και οι μάζες κάθε τμήματος δίνονται στον πίνακα 2. Η θέση της μάζας M αντιστοιχεί στη συντεταγμένη x του κέντρου μάζας της. Θεωρούμε τριβή μεταξύ του οριζόντιου στηρίγματος και της μάζας M , με συντελεστές στατικής και κινητικής τριβής ίσους μεταξύ τους. Στην περίπτωση της ολίσθησης, το μέτρο αυτής της δύναμης συμβολίζεται με F_s .

Δύο εμπόδια περιορίζουν τη μετατόπιση της μάζας M , έτσι ώστε $-X \leq x \leq X$ (με $X > 0$). Να υποθέσετε ότι η τιμή του X εξασφαλίζει ότι

- ο πυθμένας του σωλήνα δύο τμημάτων δεν αγγίζει ποτέ τον πυθμένα της δεξαμενής ούτε βγαίνει από την δεξαμενή,
- το υψόμετρο z_ℓ της στήλης υδραργύρου βρίσκεται πάντα εντός του βολβού.



Σχήμα 5. Πραγματικό ρολόι του Cox² (χωρίς υδράργυρο)



Σχήμα 6. Σχέδιο του συστήματος, μοντέλο του ρολογιού

Αναφορά	Όνομα	Ύψος	Εμβαδό διατομής	Μάζα (άνευ περιεχόμενου υγρού)
1	δεξαμενή	$H_c = 30 \text{ cm}$	$S_c = 210 \text{ cm}^2$	m_c
2	σωλήνας (κάτω τμήμα του βαρομετρικού σωλήνα)	$H_t = 80 \text{ cm}$	$S_t = 5 \text{ cm}^2$	συνολική μάζα του βαρομετρικού σωλήνα : m_{tb}
2'	βολβός (άνω τμήμα του βαρομετρικού σωλήνα)	$H_b = 20 \text{ cm}$	$S_b = 200 \text{ cm}^2$	

Πίνακας 2. Διαστάσεις και συμβολισμοί για το μοντελοποιημένο σύστημα

Το σύστημα μεταβάλλεται παραμένοντας συνεχώς σε επαφή με την ατμόσφαιρα, της οποίας η πίεση αυξομειώνεται όπως στο Σχήμα 4 (και πάλι με πλάτος $A = 5 \times 10^2 \text{ Pa}$ και περίοδο $\tau_1 = 1 \text{ week}$). Κατά την στιγμή $t = 0$, η μάζα βρίσκεται σε ηρεμία στο $x = 0$ και οι τάσεις που ασκούνται από τα δύο καλώδια εκατέρωθεν της μάζας M βρίσκονται σε ισορροπία, ενώ $P_1(0) = 0$. Ορίζουμε

$$\xi = \frac{S_b + S_c - S_t}{S_b S_c} \frac{F_s}{A} \simeq \frac{S_b + S_c}{S_b S_c} \frac{F_s}{A} \quad (3)$$

όπου στην τελευταία έκφραση θεωρούμε ότι $S_t \ll S_b, S_c$ (σχέση που θα υποθέσουμε ότι ισχύει μέχρι το τέλος του προβλήματος).

- C.1** Να βρείτε το κατώτατο όριο ξ^* ώστε το M να παραμένει σε ηρεμία όταν το $\xi > \xi^*$. 1pt

Αποκλειστικά για το επόμενο ερώτημα να υποθέσετε ότι η μάζα M είναι προσωρινά σταθεροποιημένη στην θέση $x = X$.

- C.2** Να δώσετε μια έκφραση για τη συνισταμένη δύναμη τάσης $\vec{T} = T \vec{u}_x$ που ασκείται στη μάζα M λόγω της τάσης στα δύο καλώδια σε αυτή τη θέση, όταν $P_1 = 0$, συναρτήσει των ρ, g, X και των σχετικών εμβαδών διατομής. 1pt

Όταν $\xi < \xi^*$, ξεκινώντας πάλι από το $x = 0$ και το $P_1 = 0$, δύο διαφορετικές συμπεριφορές μπορούν να παρατηρηθούν για $t \geq 0$. Για να τις διακρίνουμε, πρέπει να εισάγουμε μια ακόμη παράμετρο

$$\lambda = \frac{2(S_b - S_t)}{S_b} \frac{\rho g X}{A} \simeq \frac{2\rho g X}{A} \quad (4)$$

- C.3** Να συμπληρώσετε τον πίνακα στο φύλλο απαντήσεων για να υποδείξετε τη συνθήκη υπό την οποία επιτυγχάνεται κάθε συμπεριφορά. Οι συνθήκες πρέπει να εκφράζονται ως ανισότητες ως προς ξ ή/και ως προς λ . Επιπλέον, να σχεδιάσετε τις μεταβολές του $x(t)/X$ για το $t \in [0, 3\tau_1]$ που είναι συνεπείς με τις μεταβολές του $P_1(t)/A$ που είναι ήδη παρούσες. Δεν απαιτείται ο προσδιορισμός των συντεταγμένων αξιοσημείωτων σημείων. 2pt

Στο πραγματικό ρολόι του Cox, η ενέργεια που παρέχεται από τον μηχανισμό αποθηκεύεται μέσω ενός συστήματος από καστανίες και χρησιμοποιείται για την ανύψωση ενός αντίβαρου, όπως σε ένα παραδοσιακό ρολόι. Στο απλουστευμένο μοντέλο που μελετάται εδώ, η ενέργεια που παρέχεται στο ρολόι αντιστοιχεί στην απώλεια ενέργειας από την τριβή που ασκεί η οριζόντια επιφάνεια στη μάζα M . Από εδώ και στο εξής, υποθέτουμε ότι το σύστημα είναι ρυθμισμένο έτσι ώστε να λειτουργεί σε κατάσταση τέτοια ώστε στο ρολόι να προσδίδεται ενέργεια. Υποθέτουμε επίσης ότι το σύστημα λειτουργεί μετά την ολοκλήρωση των μεταβατικών φαινομένων (μόνιμη κατάσταση). Συμβολίζουμε με W την απώλεια ενέργειας λόγω τριβής κατά τη διάρκεια μιας περιόδου τ_1 , η οποία μπορεί να εκφραστεί μόνο συναρτήσει των F_s και X .

Σε κάθε άλλη περίπτωση, τα F_s και X μπορούν να ρυθμιστούν ώστε να μεγιστοποιήσουν την ενέργεια W . Συμβολίζουμε με F_s^* και X^* τις αντίστοιχες τιμές τους στη βέλτιστη κατάσταση.

- C.4** Λαμβάνοντας υπόψη ότι $S_b \simeq S_c$ και $S_t \ll S_b$, να προσδιορίσετε τις εκφράσεις για τα F_s^* και X^* ως συναρτήσεις των ρ, g, S_c και A . Να εκφράσετε την αντίστοιχη μέγιστη ενέργεια W^* . Στη συνέχεια να υπολογίσετε την αριθμητική της τιμή θεωρώντας $A = 5 \times 10^2 \text{ Pa}$. 1pt

Συμβολίζουμε με W_{pt}^* το έργο των δυνάμεων ατμοσφαιρικής πίεσης που δέχεται το σύστημα στην ιδανική περίπτωση κατά τη διάρκεια μιας περιόδου τ_1 .



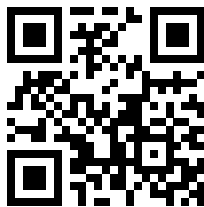
- C.5** Να βρείτε το W_{pr}^* και στη συνέχεια να υπολογίσετε τον λόγο W^*/W_{pr}^* . Θα σας φανεί χρήσιμο να αναπαραστήσετε την εξέλιξη του συστήματος σε ένα διάγραμμα (P, V) , όπου V είναι ο όγκος του συστήματος. 1.7pt

Αναφορές:

[1]: Bruno Vacaro,

[2]: Victoria and Albert Museum, Λονδίνο.

DELEGATION PRINT



Χρονόμετρο του Cox (10 μονάδες)

Μέρος Α - Έλξη ενός βυθισμένου σωλήνα

A.1 (0.2pt)

$$P_w =$$

$$\vec{F} =$$

A.2 (0.8pt)

Πείραμα	Συμπεριφορά (Α ή Β;)	h^* (cm)	$F_{\max}$ (N)
1			
2			
3			

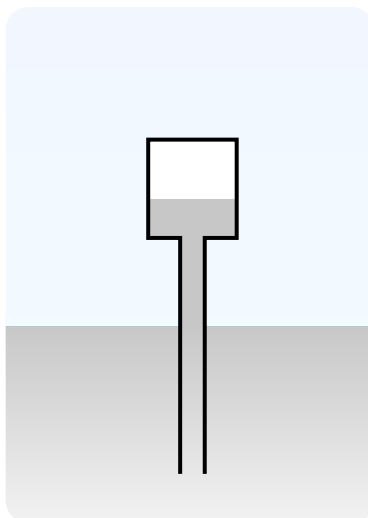
A.3 (0.3pt)

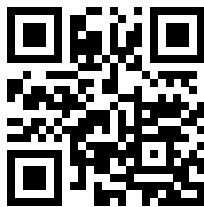
$$\varepsilon =$$

Αριθμητική τιμή: $\varepsilon =$

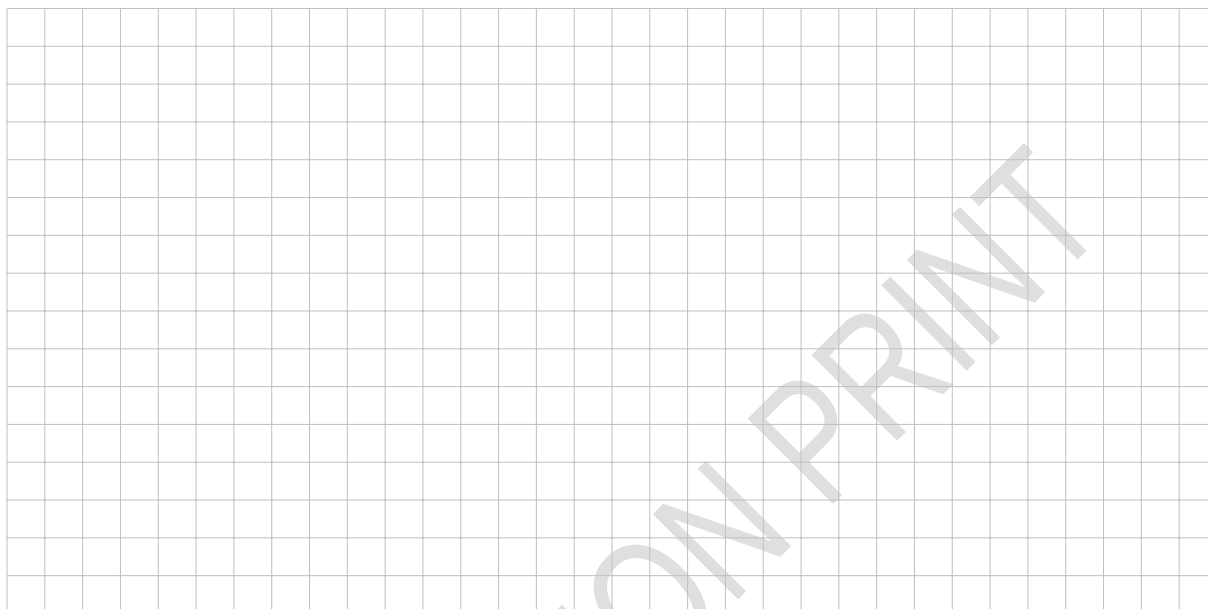
Μέρος Β - Βαρομετρικός σωλήνας δύο τμημάτων

B.1 (0.3pt)





B.2 (1.4pt)



B.3 (0.3pt)

$\Delta m_{\text{add}} =$

Αριθμητική τιμή: $\Delta m_{\text{add}} =$

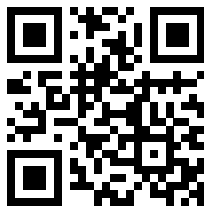
Μέρος Γ - Το χρονόμετρο του Cox

C.1 (1pt)

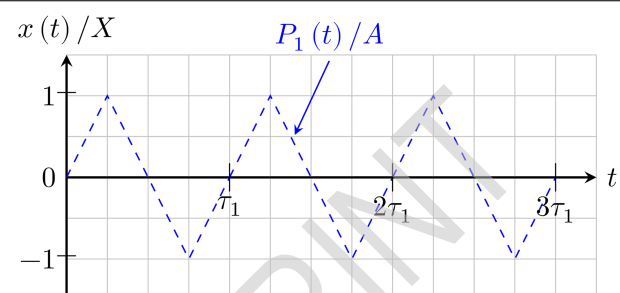
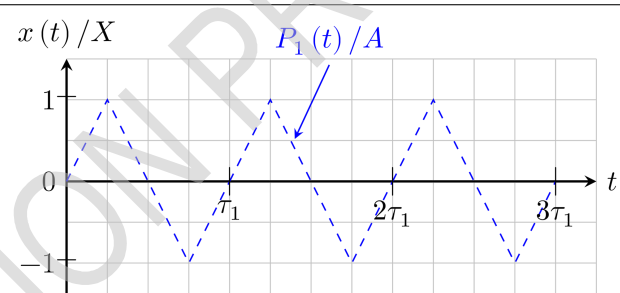
$\xi^* =$

C.2 (1pt)

$\vec{T} =$



C.3 (2pt)

	Συνθήκες:	Γραφική παράσταση $x(t)/X$
Συμπεριφορά 1		
Συμπεριφορά 2		

C.4 (1pt)

$$F_s^* =$$

$$X^* =$$

$$W^* =$$

$$\text{Αριθμητική τιμή: } W^* =$$

C.5 (1.7pt)

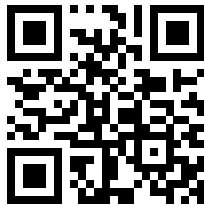
$$W_{\text{pr}}^* =$$

$$\frac{W^*}{W_{\text{pr}}^*} =$$

Theory



International
Physics Olympiad
FRANCE 2025



GRC-S-1 T-2 W-1

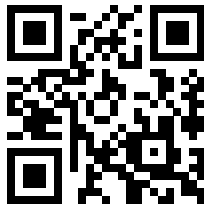
W2-1

DELEGATION PRINT

Theory



International
Physics Olympiad
FRANCE 2025



GRC-S-1 T-2 W-2

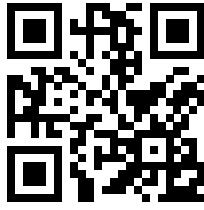
W2-2

DELEGATION PRINT

Theory



International
Physics Olympiad
FRANCE 2025



GRC-S-1 T-2 W-3

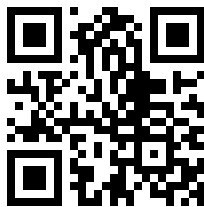
W2-3

DELEGATION PRINT

Theory



International
Physics Olympiad
FRANCE 2025



GRC-S-1 T-2 W-4

W2-4

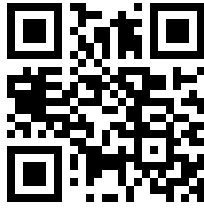
DELEGATION PRINT

do not write on the back of this page

Theory



International
Physics Olympiad
FRANCE 2025



GRC-S-1 T-2 W-5

W2-5

DELEGATION PRINT

Theory



International
Physics Olympiad
FRANCE 2025



GRC-S-1 T-2 W-6

W2-6

DELEGATION PRINT

Theory



International
Physics Olympiad
FRANCE 2025



GRC-S-1 T-2 W-7

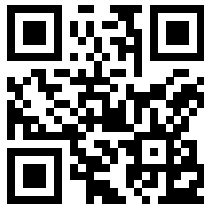
W2-7

DELEGATION PRINT

Theory



International
Physics Olympiad
FRANCE 2025



GRC-S-1 T-2 W-8

W2-8

DELEGATION PRINT

Theory



International
Physics Olympiad
FRANCE 2025



GRC-S-1 T-2 W-9

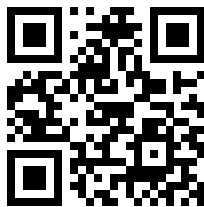
W2-9

DELEGATION PRINT

Theory



International
Physics Olympiad
FRANCE 2025



GRC-S-1 T-2 W-10

W2-10

DELEGATION PRINT

Theory



International
Physics Olympiad
FRANCE 2025



GRC-S-1 T-2 W-11

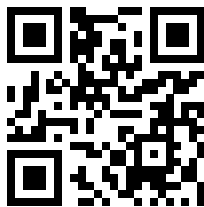
W2-11

DELEGATION PRINT

Theory



International
Physics Olympiad
FRANCE 2025



GRC-S-1 T-2 W-12

W2-12

DELEGATION PRINT

Theory



International
Physics Olympiad
FRANCE 2025



GRC-S-1 T-2 W-13

W2-13

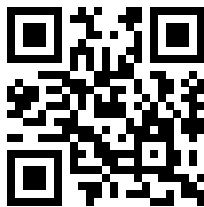
DELEGATION PRINT

do not write on the back of this page

Theory



International
Physics Olympiad
FRANCE 2025



GRC-S-1 T-2 W-14

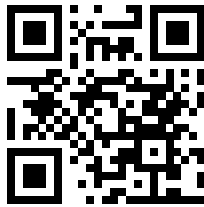
W2-14

DELEGATION PRINT

Theory



International
Physics Olympiad
FRANCE 2025



GRC-S-1 T-2 W-15

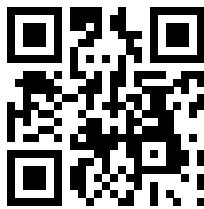
W2-15

DELEGATION PRINT

Theory



International
Physics Olympiad
FRANCE 2025



GRC-S-1 T-2 W-16

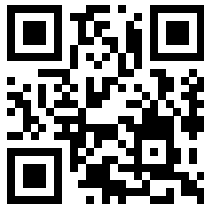
W2-16

DELEGATION PRINT

Theory



International
Physics Olympiad
FRANCE 2025



GRC-S-1 T-2 W-17

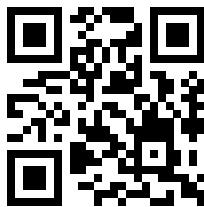
W2-17

DELEGATION PRINT

Theory



International
Physics Olympiad
FRANCE 2025



GRC-S-1 T-2 W-18

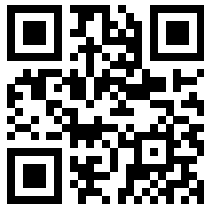
W2-18

DELEGATION PRINT

Theory



International
Physics Olympiad
FRANCE 2025



GRC-S-1 T-2 W-19

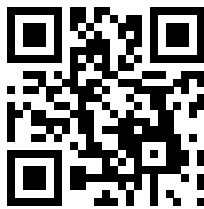
W2-19

DELEGATION PRINT

Theory



International
Physics Olympiad
FRANCE 2025



GRC-S-1 T-2 W-20

W2-20

DELEGATION PRINT

Σαμπάνια! (10 μονάδες)

Ο καμπανίτης οίνος (σαμπάνια) είναι ένα γαλλικό αφρώδες κρασί. Η ζύμωση των σακχάρων παράγει διοξείδιο του άνθρακα (CO_2) στη φιάλη. Ο νόμος του Henry συσχετίζει τη μοριακή συγκέντρωση c_ℓ του CO_2 στην υγρή φάση με τη μερική πίεση P_{CO_2} στην αέρια φάση μέσω της σχέσης $c_\ell = k_H P_{\text{CO}_2}$, όπου k_H είναι η σταθερά του Henry.

Δεδομένα

- Επιφανειακή τάση της σαμπάνιας $\sigma = 47 \times 10^{-3} \text{ J} \cdot \text{m}^{-2}$
- Πυκνότητα της υγρής φάσης $\rho_\ell = 1.0 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$
- Η σταθερά του Henry σε $T_0 = 20^\circ\text{C}$, $k_H(20^\circ\text{C}) = 3.3 \times 10^{-4} \text{ mol} \cdot \text{m}^{-3} \cdot \text{Pa}^{-1}$
- Η σταθερά του Henry σε $T_0 = 6^\circ\text{C}$, $k_H(6^\circ\text{C}) = 5.4 \times 10^{-4} \text{ mol} \cdot \text{m}^{-3} \cdot \text{Pa}^{-1}$
- Ατμοσφαιρική πίεση $P_0 = 1 \text{ bar} = 1.0 \times 10^5 \text{ Pa}$
- Τα αέρια είναι ιδανικά με συντελεστή Poisson $\gamma = 1.3$



Σχήμα 1. Ένα ποτήρι γεμάτο με σαμπάνια.

Μέρος Α. Σχηματισμός, διόγκωση και άνοδος των φυσαλίδων

Αμέσως μετά το άνοιγμα μιας φιάλης σαμπάνιας σε θερμοκρασία $T_0 = 20^\circ\text{C}$, γεμίζουμε ένα ποτήρι. Η πίεση στο υγρό είναι P_0 και η θερμοκρασία του παραμένει σταθερή σε T_0 . Η συγκέντρωση c_ℓ του CO_2 υπερβαίνει τη συγκέντρωση ισορροπίας και μελετάμε την δημιουργία μιας φυσαλίδας CO_2 . Συμβολίζουμε με a την ακτίνα της και P_b την εσωτερική της πίεση.

A.1 Να εκφράσετε την πίεση P_b ως προς τα P_0 , a και σ .

0.2pt

Στο υγρό, η συγκέντρωση του CO_2 εξαρτάται από την απόσταση από τη φυσαλίδα. Σε μεγάλη απόσταση συμβολίζουμε την τιμή ως c_ℓ και ως c_b τη συγκέντρωση κοντά στην επιφάνεια της φυσαλίδας. Σύμφωνα με το νόμο του Henry, $c_b = k_H P_b$. Επιπλέον, υποθέτουμε σε όλο το πρόβλημα ότι οι φυσαλίδες περιέχουν μόνο CO_2 .

Εφόσον $c_\ell \neq c_b$, τα μόρια CO_2 διαχέονται από περιοχές υψηλής σε περιοχές χαμηλής συγκέντρωσης. Υποθέτουμε επίσης ότι κάθε μόριο από την υγρή φάση που φτάνει στην επιφάνεια της φυσαλίδας μεταφέρεται στον ατμό.

A.2 Να εκφράσετε την κρίσιμη ακτίνα a_c πάνω από την οποία αναμένεται να διογκωθεί μια φυσαλίδα συναρτήσει των P_0 , σ , c_ℓ και c_0 όπου $c_0 = k_H P_0$. Να υπολογίσετε αριθμητικά το a_c για το $c_\ell = 4c_0$.

0.5pt

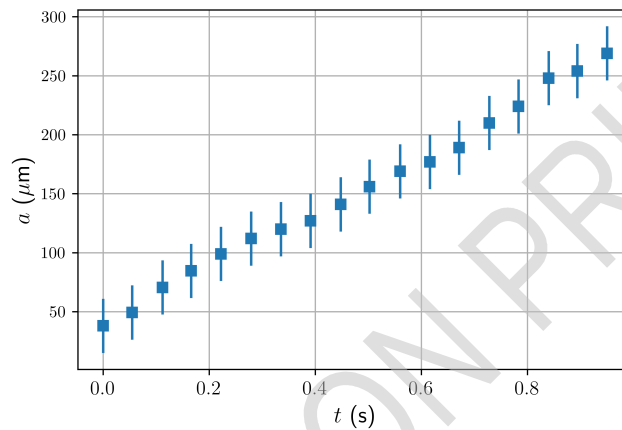
Στην πράξη, οι φυσαλίδες αναπτύσσονται κυρίως χάρη σε προϋπάρχουσες κοιλότητες αερίου. Να θεωρήσετε μια φυσαλίδα με αρχική ακτίνα $a_0 \approx 40 \mu\text{m}$. Συμβολίζουμε με j τον αριθμό των μορίων CO_2 που μεταφέρονται στην επιφάνεια της φυσαλίδας ανά μονάδα επιφάνειας και χρόνου. Δύο είναι τα μοντέλα που περιγράφουν το j .

- μοντέλο (1) $j = \frac{D}{a} (c_\ell - c_b)$ όπου D είναι ο συντελεστής διάχυσης του CO_2 στο υγρό.
- μοντέλο (2) $j = K (c_\ell - c_b)$ όπου K είναι μια σταθερά.

Πειραματικά, η ακτίνα $a(t)$ της φυσαλίδας βρέθηκε ότι εξαρτάται από το χρόνο, όπως φαίνεται στο **Σχήμα 2**. Εδώ $c_\ell \approx 4c_0$, και δεδομένου ότι οι φυσαλίδες είναι αρκετά μεγάλες ώστε να είναι ορατές, η

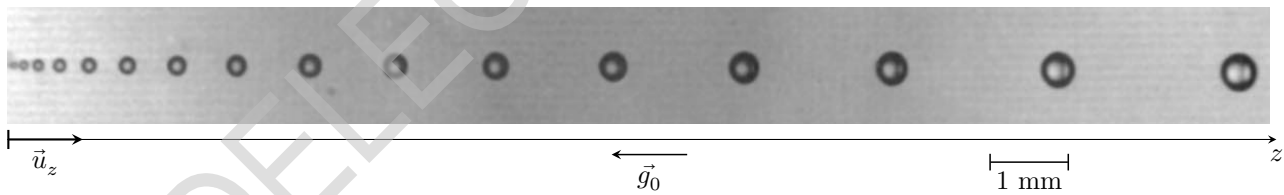
πλεονάζουσα επιφανειακή τάση μπορεί να θεωρηθεί αμελητέα και επίσης $P_b \approx P_0$.

- A.3** Να εκφράσετε τον αριθμό n_c των μορίων CO_2 στη φυσαλίδα ως προς a, P_0, T_0 και τη σταθερά του ιδανικού αερίου R . Να βρείτε το $a(t)$ για τα δύο μοντέλα. Να δείξετε ποιο μοντέλο εξηγεί τα πειραματικά αποτελέσματα του **Σχήματος 2**. Ανάλογα με την απάντησή σας, να υπολογίσετε αριθμητικά το K ή το D . 1.2pt



Σχήμα 2. Χρονική εξέλιξη της ακτίνας της φυσαλίδας CO_2 σε ένα ποτήρι σαμπάνιας (προσαρμοσμένο από [1]).

Τελικά οι φυσαλίδες αποκολλώνται από τον πυθμένα του ποτηριού και συνεχίζουν να μεγαλώνονται καθώς ανέρχονται. Στο **Σχ. 3** φαίνεται μια σειρά από φυσαλίδες, που έχουν την ίδια αρχική ακτίνα και εκπέμπονται με σταθερή συχνότητα $f_b = 20 \text{ Hz}$.



Σχήμα 3. Μια ακολουθία φυσαλίδων. Η φωτογραφία έχει περιστραφεί οριζόντια για να ταιριάζει στη διάταξη της σελίδας (προσαρμογή από το [1]).

Για το εύρος των ταχυτήτων που μελετώνται εδώ, η δύναμη αντίστασης F σε μια φυσαλίδα ακτίνας a που κινείται με ταχύτητα v σε ένα υγρό με συντελεστή δυναμικού ιξώδους η δίνεται από το νόμο του Stokes $F = 6\pi\eta a v$. Οι μετρήσεις δείχνουν ότι σε κάθε χρονική στιγμή, η φυσαλίδα μπορεί να θεωρηθεί ότι κινείται με την τελική της ταχύτητα.

- A.4** Να γράψετε μια έκφραση των κύριων δυνάμεων που ασκούνται σε μία κατακόρυφα ανερχόμενη φυσαλίδα. Να βρείτε την έκφραση του $v(a)$. Να δώσετε μια αριθμητική εκτίμηση του η χρησιμοποιώντας μόνο το **Σχ. 3**. 0.8pt

Η ανάπτυξη των φυσαλίδων με σχεδόν σταθερό ρυθμό $q_a = \frac{da}{dt}$ εξακολουθεί να ισχύει κατά την άνοδό τους.

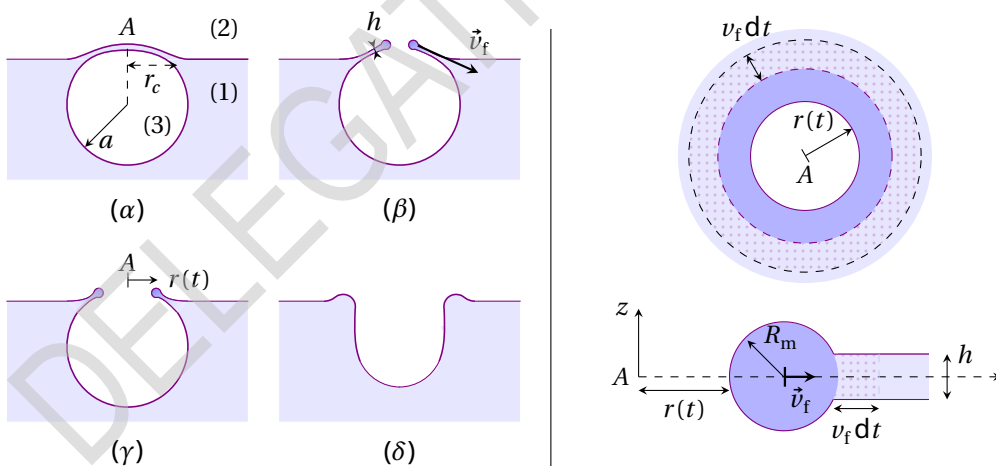
- A.5** Να εκφράσετε την ακτίνα a_{H_ℓ} μιας φουσαλίδας που φτάνει στην ελεύθερη επιφάνεια ως προς το διανυόμενο ύψος H_ℓ , το ρυθμό αύξησης $q_a = \frac{da}{dt}$ και οποιεσδήποτε σταθερές χρειαστείτε. Να υποθέσετε ότι οι $a_{H_\ell} \gg a_0$ και q_a είναι σταθερές και δώστε την αριθμητική τιμή του a_{H_ℓ} με τις $H_\ell = 10 \text{ cm}$ και q_a που αντιστοιχούν στο **Σχήμα 2**. 0.5pt

Υπάρχουν N_b θέσεις δημιουργίας φουσαλίδων. Να υποθέσετε ότι οι φουσαλίδες παράγονται με σταθερή συχνότητα f_b στον πυθμένα ενός ποτηριού σαμπάνιας (ύψος H_ℓ για όγκο V_ℓ), με το a_0 να παραμένει αμελητέο. Να θεωρήσετε αμελητέα τη διάχυση του CO_2 στην ελεύθερη επιφάνεια.

- A.6** Να γράψετε τη διαφορική εξίσωση για το $c_\ell(t)$. Από αυτήν να βρείτε την σταθερά χρόνου τ για τη μείωση της συγκέντρωσης του διαλυμένου CO_2 στο υγρό. 1.1pt

Μέρος Β. Ηχητική εκπομπή φουσαλίδας που σκάει

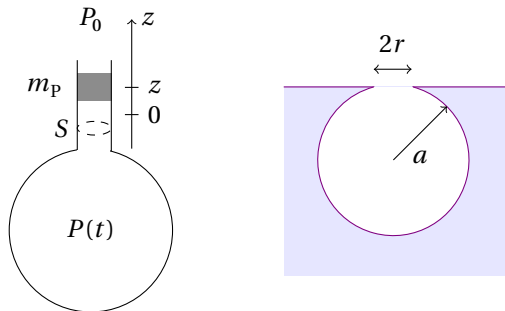
Οι μικρές φουσαλίδες είναι σχεδόν σφαιρικές καθώς φτάνουν στην ελεύθερη επιφάνεια. Μόλις το υγρό λεπτό στρώμα υγρού (φιλμ) που διαχωρίζει τη φουσαλίδα από τον αέρα αραιώσει αρκετά, σχηματίζεται στο φιλμ μια κυκλική οπή ακτίνας r η οποία, λόγω της επιφανειακής τάσης, διευρύνεται πολύ γρήγορα (**Σχ. 4**. αριστερά). Πειραματικές μελέτες δείχνουν ότι το υγρό συσσωρεύεται σε ένα κυλινδρικό χείλος γύρω από την οπή, με σχεδόν σταθερή ακτίνα R_m (**Σχ. 4**. δεξιά). Θεωρούμε ότι $r \gg R_m$. Η οπή διευρύνεται με σταθερή ταχύτητα v_f . Το φιλμ έξω από το χείλος παραμένει ακίνητο, με σταθερό πάχος h .



Σχ. 4. (Αριστερά) (α) Φουσαλίδα στην επιφάνεια: (1) υγρό, (2) αέρας σε πίεση P_0 και (3), CO_2 σε πίεση P_b , (β) και (γ) υποχώρηση του υγρού φιλμ, όπου το χείλος είναι με σκούρο μπλε χρώμα, (δ) καταστροφή της φουσαλίδας. (Δεξιά) Ανάσωση της υγρής μεμβράνης τη χρονική στιγμή t . Επάνω: σκίτσο του φιλμ φέροντος οπή (κάτοψη). Κάτω: διατομή του χείλους και του φιλμ που ανασύρεται. Κατά τη διάρκεια του dt το χείλος συσσωρεύει κοντινό υγρό (διακεκομμένη).

Λόγω των διαδικασιών διάχυσης, μόνο το ήμισυ της διαφοράς της επιφανειακής ενέργειας μεταξύ των t και $t + dt$ της στεφάνης και του συσσωρευμένου υγρού μετατρέπεται σε κινητική ενέργεια. Υποθέτουμε περαιτέρω ότι η μεταβολή της επιφάνειας του χείλους είναι αμελητέα σε σύγκριση με εκείνη του φιλμ.

- B.1** Να εκφράσετε το v_f συναρτήσει των ρ_ℓ, σ και το h . 1.1pt



Σχήμα 5. (Αριστερά) αντηχείο Helmholtz. (Δεξιά) μια φυσαλίδα ως ταλαντωτής.

Όταν το φιλμ σκάει, απελευθερώνει την εσωτερική πίεση και εκπέμπει έναν ήχο. Μοντελοποιούμε αυτή την ακουστική εκπομπή με ένα αντηχείο Helmholtz: μια κοιλότητα ανοικτή στην ατμόσφαιρα στο P_0 μέσω ενός ανοίγματος στενωπού εμβαδού S (Σχ. 5. αριστερά). Στο λαιμό, μια μάζα κάνει ταλαντώσεις μικρού πλάτους λόγω των δυνάμεων πίεσης που δέχεται καθώς το αέριο στην κοιλότητα διαστέλλεται ή συμπιέζεται αδιαβατικά. Η δύναμη βαρύτητας που ασκείται είναι αμελητέα σε σύγκριση με τις δυνάμεις πίεσης. Έστω V_0 ο όγκος του αερίου κάτω από τη μάζα m_p για $P = P_0$ ως $z = 0$.

- B.2** Να βρείτε τη συχνότητα ταλάντωσης f_0 του m_p . Υπόδειξη: για $\varepsilon \ll 1$, $(1 + \varepsilon)^\alpha \approx 1 + \alpha\varepsilon$. 1.1pt

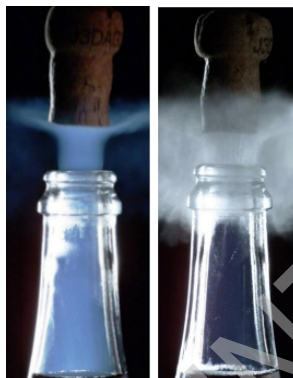
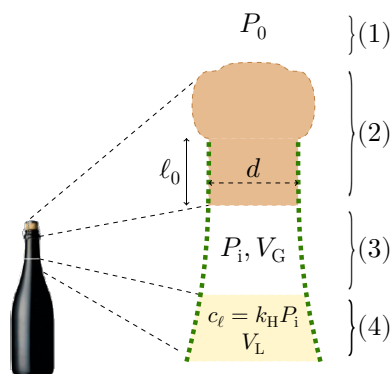
Το μοντέλο Helmholtz μπορεί να χρησιμοποιηθεί για μια φυσαλίδα ακτίνας a . V_0 είναι ο όγκος της κλειστής φυσαλίδας. Από τη βιβλιογραφία, η ισοδύναμη μάζα του εμβόλου είναι $m_p = 8\rho_g r^3/3$ όπου είναι η ακτίνα του κυκλικού ανοίγματος και $\rho_g = 1.8 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ είναι η πυκνότητα του αερίου (Σχήμα 5. δεξιά). Κατά τη διάρκεια της διαδικασίας έκρηξης, η r μεταβάλλεται από 0 σε r_c , που δίνεται από την $r_c = \frac{2}{\sqrt{3}} a^2 \sqrt{\frac{\rho_\ell g_0}{\sigma}}$.

Ταυτόχρονα, η συχνότητα του εκπεμπόμενου ήχου αυξάνεται μέχρι τη μέγιστη τιμή 40 kHz και ο χρονική διάρκεια της έκρηξης είναι $t_b = 3 \times 10^{-2} \text{ ms}$.

- B.3** Να βρείτε την ακτίνα a και το πάχος h του φιλμ σαμπάνιας που διαχωρίζει τη φυσαλίδα από την ατμόσφαιρα. 1.1pt

Μέρος Γ. Ανοίγοντας σαμπάνια

Σε μια φιάλη, η συνολική ποσότητα CO_2 είναι $n_T = 0.2 \text{ mol}$, είτε διαλυμένη στον όγκο $V_L = 750 \text{ mL}$ της υγρής σαμπάνιας, είτε ως αέριο στον όγκο $V_G = 25 \text{ mL}$ κάτω από τον φελλό (Σχ. 6. αριστερά). Ο όγκος V_G περιέχει μόνο CO_2 . Η ισορροπία μεταξύ των δύο φάσεων περιγράφεται από το νόμο του Henry. Υποθέτουμε ότι η γρήγορη εκτόνωση του CO_2 κατά το άνοιγμα της φιάλης, είναι αδιαβατική και αντιστρεπτή. Η θερμοκρασία περιβάλλοντος T_0 και η πίεση $P_0 = 1 \text{ bar}$ είναι σταθερές.



Σχήμα 6. Αριστερά: (1) περιβάλλον αέρας, (2) πώμα φελλού, (3) αέρας μεταξύ φελλού και περιεχομένου, (4) υγρή σαμπάνια. Δεξιά: Δύο φαινόμενα που παρατηρήθηκαν κατά το άνοιγμα της φιάλης σε δύο διαφορετικές θερμοκρασίες (προσαρμογή από [2]).

C.1 Να δώσετε την αριθμητική τιμή της πίεσης P_i του αερίου CO_2 στη φιάλη για τις $T_0 = 6^\circ\text{C}$ και $T_0 = 20^\circ\text{C}$. 0.4pt

Ένα άλλο στάδιο παραγωγής σαμπάνιας (που δεν περιγράφεται εδώ) οδηγεί στις ακόλουθες τιμές του P_i τις οποίες θα χρησιμοποιήσουμε για τις επόμενες ερωτήσεις $P_i = 4.69\text{ bar}$ σε θερμοκρασία $T_0 = 6^\circ\text{C}$ και $P_i = 7.45\text{ bar}$ σε θερμοκρασία $T_0 = 20^\circ\text{C}$.

Κατά το άνοιγμα της φιάλης, μπορούν να παρατηρηθούν δύο διαφορετικά φαινόμενα, ανάλογα με τη θερμοκρασία T_0 (Εικ. 6. δεξιά).

- είτε εμφανίζεται μπλε καπνός, λόγω του σχηματισμού στερεών κρυστάλλων CO_2 (αλλά η συμπύκνωση του νερού εμποδίζεται),
- είτε εμφανίζεται μια γκρι-λευκή ομίχλη, λόγω συμπύκνωσης υδρατμών στον αέρα γύρω από το σημείο συμφόρησης. Στην δεύτερη περίπτωση, δεν υπάρχει σχηματισμός στερεών κρυστάλλων CO_2 .

Η πίεση κορεσμένων ατμών $P_{\text{sat}}^{\text{CO}_2}$ για τη μετάβαση στερεού/αερίου του CO_2 ικανοποιεί την σχέση:

$$\log_{10} \left(\frac{P_{\text{sat}}^{\text{CO}_2}}{P_0} \right) = A - \frac{B}{T + C} \text{ με } T \text{ σε K, } A = 6.81, B = 1.30 \times 10^3 \text{ K και } C = -3.49 \text{ K.}$$

C.2 Να δώσετε την αριθμητική τιμή T_f του αερίου CO_2 στο τέλος της εκτόνωσης, μετά το άνοιγμα μιας φιάλης, εάν $T_0 = 6^\circ\text{C}$ και εάν $T_0 = 20^\circ\text{C}$, εάν δεν έχει συμβεί αλλαγή φάσης. Να επιλέξετε ποιες από τις ακόλουθες προτάσεις είναι αληθείς (οι σωστές προτάσεις μπορεί να είναι περισσότερες από μία): 0.7pt

1. Σε $T_0 = 6^\circ\text{C}$ εμφανίζεται ένας γκρι-λευκός καπνός κατά το άνοιγμα της φιάλης.
2. Σε $T_0 = 6^\circ\text{C}$ εμφανίζεται μπλε καπνός ενώ ανοίγετε το μπουκάλι.
3. Σε $T_0 = 20^\circ\text{C}$ εμφανίζεται γκρι-λευκός καπνός κατά το άνοιγμα της φιάλης.
4. Σε $T_0 = 20^\circ\text{C}$ εμφανίζεται μπλε καπνός ενώ ανοίγετε το μπουκάλι.

Κατά το άνοιγμα της φιάλης, το πώμα του φελλού εκτοξεύεται. Προσδιορίζουμε τώρα το μέγιστο ύψος H_c στο οποίο φτάνει. Υποθέτουμε ότι η δύναμη τριβής F που ασκείται στο πώμα είναι $F = \alpha A$ όπου A είναι η επιφάνεια επαφής και α είναι μια σταθερά που πρέπει να προσδιοριστεί. Αρχικά, η δύναμη πίεσης υπερτερεί ελαφρώς της δύναμης τριβής. Η μάζα του φελλού είναι $m = 10\text{ g}$, η διάμετρος του $d = 1.8\text{ cm}$ και το μήκος του κυλινδρικού τμήματος που έχει αρχικά κολλήσει στο στόμιο της φιάλης



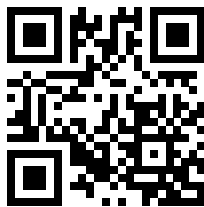
είναι $\ell_0 = 2.5 \text{ cm}$. Από την στιγμή που ο φελός εγκαταλείπει τον λαιμό της φιάλης, μπορείτε να θεωρήσετε αμελητέα την καθαρή δύναμη λόγω πίεσης.

C.3	Να δώσετε την αριθμητική τιμή του H_c εάν η εξωτερική θερμοκρασία είναι $T_0 = 6^\circ\text{C}$.	1.3pt
------------	---	-------

[1] Liger-Belair *et al*, Am. J. Enol. Vitic., Vol. 50, No. 3 (1999).

[2] Liger-Belair *et al. Reports* **7**, 10938 (2017).

DELEGATION PRINT

**Σαμπάνια! (10 πόντοι)****Μέρος Α. Σχηματισμός, διόγκωση και άνοδος των φυσαλίδων****A.1** (0.2pt)

$$P_b =$$

A.2 (0.5pt)

$$a_c =$$

Αριθμητική τιμή του $a_c =$ **A.3** (1.2pt)

$$n_c =$$

Μοντέλο (1) $a(t) =$ Μοντέλο (2) $a(t) =$

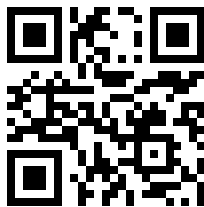
Μοντέλο που επιλέχθηκε:

Αριθμητική τιμή του $K =$ Αριθμητική τιμή του $D =$ **A.4** (0.8pt)

Δυνάμεις στη φυσαλίδα:

$$\nu(a) =$$

Αριθμητική τιμή του $\eta =$

**A.5 (0.5pt)**

$$a_{H_\ell} =$$

Αριθμητική τιμή του $a_{H_\ell} =$ **A.6 (1.1pt)**Διαφορική εξίσωση για το $c_\ell(t)$:

$$\tau =$$

Μέρος Β. Ηχητική εκπομπή φουσαλίδας που σκάει**B.1 (1.1pt)**

$$\nu_f =$$

B.2 (1.1pt)

$$f_0 =$$

B.3 (1.1pt)Αριθμητική τιμή του $a =$ Αριθμητική τιμή του $h =$ **Μέρος Γ. Ανοίγοντας σαμπάνια****C.1 (0.4pt)**Για το $T_0 = 6^\circ\text{C}$, η αριθμητική τιμή του $P_i =$ Για το $T_0 = 20^\circ\text{C}$, η αριθμητική τιμή του $P_i =$



C.2 (0.7pt)

Εάν $T_0 = 6^\circ\text{C}$, η αριθμητική τιμή του $T_f =$

Εάν $T_0 = 20^\circ\text{C}$, η αριθμητική τιμή του $T_f =$

Αληθείς δηλώσεις (αριθμοί):

C.3 (1.3pt)

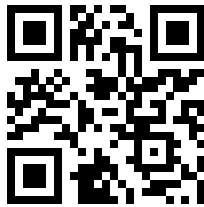
Αριθμητική τιμή του $H_c =$

DELEGATION PRINT

Theory



International
Physics Olympiad
FRANCE 2025



GRC-S-1 T-3 W-1

W3-1

DELEGATION PRINT

Theory



International
Physics Olympiad
FRANCE 2025



GRC-S-1 T-3 W-2

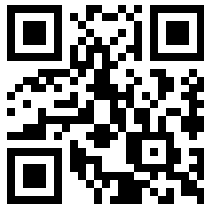
W3-2

DELEGATION PRINT

Theory



International
Physics Olympiad
FRANCE 2025



GRC-S-1 T-3 W-3

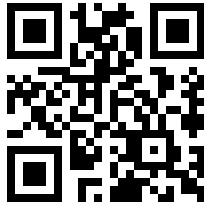
W3-3

DELEGATION PRINT

Theory



International
Physics Olympiad
FRANCE 2025



GRC-S-1 T-3 W-4

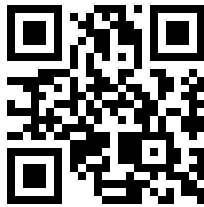
W3-4

DELEGATION PRINT

Theory



International
Physics Olympiad
FRANCE 2025



GRC-S-1 T-3 W-5

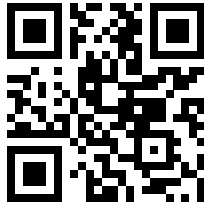
W3-5

DELEGATION PRINT

Theory



International
Physics Olympiad
FRANCE 2025



GRC-S-1 T-3 W-6

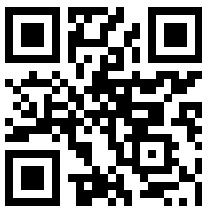
W3-6

DELEGATION PRINT

Theory



International
Physics Olympiad
FRANCE 2025



GRC-S-1 T-3 W-7

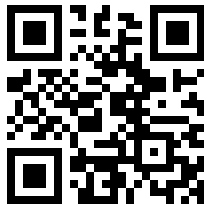
W3-7

DELEGATION PRINT

Theory



International
Physics Olympiad
FRANCE 2025



GRC-S-1 T-3 W-8

W3-8

DELEGATION PRINT

do not write on the back of this page

Theory



International
Physics Olympiad
FRANCE 2025



GRC-S-1 T-3 W-9

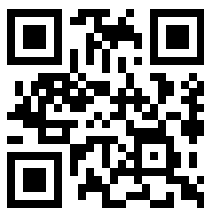
W3-9

DELEGATION PRINT

Theory



International
Physics Olympiad
FRANCE 2025



GRC-S-1 T-3 W-10

W3-10

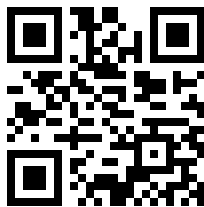
DELEGATION PRINT

do not write on the back of this page

Theory



International
Physics Olympiad
FRANCE 2025



GRC-S-1 T-3 W-11

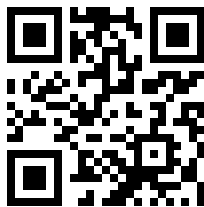
W3-11

DELEGATION PRINT

Theory



International
Physics Olympiad
FRANCE 2025



GRC-S-1 T-3 W-12

W3-12

DELEGATION PRINT