



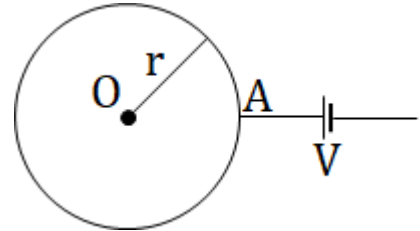
ΟΔΗΓΙΕΣ

- Οι απαντήσεις σε όλα τα ερωτήματα θα πρέπει να αναγραφούν στο **Φύλλο Απαντήσεων** που ακολουθεί μετά το τέλος των εκφωνήσεων.
- Η επεξεργασία των θεμάτων θα γίνει γραπτώς σε φύλλα Α4 ή σε τετράδιο που θα σας δοθεί. Τα υλικά αυτά θα παραδοθούν στο τέλος της εξέτασης μαζί με το **Φύλλο Απαντήσεων**.

ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ

1^ο ΘΕΜΑ

Σε σύρμα σταθερής διατομής και αντίστασης R δίνεται κυκλικό σχήμα ακτίνας r . Σε κάποιο σημείο A του κύκλου συνδέουμε τον ένα ακροδέκτη πηγής συνεχούς τάσης V .

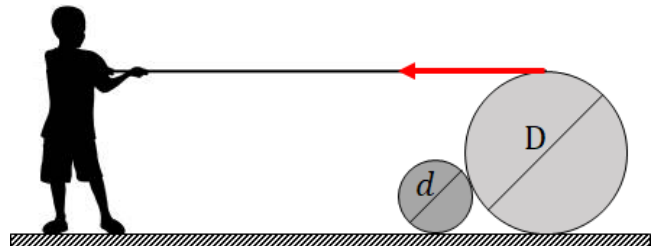


A.1. Σε ποιο σημείο, έστω Γ , του κυκλικού αγωγού πρέπει να συνδέσουμε τον άλλο ακροδέκτη της πηγής, ώστε η ένταση B του μαγνητικού πεδίου στο κέντρο O του κυκλικού αγωγού να είναι μηδενική; Το σημείο Γ να προσδιοριστεί βάσει την γωνίας θ που σχηματίζει η ακτίνα $(O\Gamma)$ με την (OA) .

A.2. Στο τετράδιό σας, να σχεδιάσετε λεπτομερώς το συνολικό κύκλωμα. Να θεωρήσετε ότι όλα τα καλώδια σύνδεσης καθώς και η πηγή έχουν αμελητέα ωμική αντίσταση.

2^ο ΘΕΜΑ

Οι ομογενείς δίσκοι του σχήματος, με διαμέτρους D και d αντίστοιχα, είναι τοποθετημένοι σε επαρκώς τραχύ οριζόντιο επίπεδο κατά τρόπο ώστε να βρίσκονται στο ίδιο επίπεδο και να εφάπτονται. Γύρω από τον μεγαλύτερο δίσκο είναι τυλιγμένο νήμα, στο ελεύθερο άκρο του οποίου ο μαθητής Δημητράκης ασκεί οριζόντια δύναμη. Να βρείτε την ελάχιστη τιμή του συντελεστή τριβής μ μεταξύ των δύο δίσκων, ώστε ο μεγάλος να περάσει πάνω από τον μικρό.



3^ο ΘΕΜΑ

Γ.1. Χρησιμοποιώντας υπολογιστή τσέπης, να συμπληρώσετε τον πίνακα που θα βρείτε στο Φύλλο Απαντήσεων. Τι παρατηρείτε;

Γ.2. Γνωρίζουμε ότι η ταχύτητα διάδοσης v ενός μηχανικού κύματος εξαρτάται από τις ιδιότητες του ελαστικού μέσου. Σε αυτό το μέρος της άσκησης θα προσδιορίσουμε τις ιδιότητες αυτές και θα εξάγουμε την ποσοτική σχέση τους με την v για μονοδιάστατο ελαστικό μέσο (χορδή). Με καλή ακρίβεια, μπορούμε να θεωρήσουμε ότι η ελαστικότητα μιας χορδής περιγράφεται από το Νόμο του Hooke. Η διάδοση κύματος σε μια χορδή μπορεί να προκληθεί θέτοντας σε γραμμική αρμονική ταλάντωση το άκρο της. Η ενέργεια που προσφέρουμε κατά την διέγερση αυτή, θα πρέπει να μεταφέρεται σε επόμενα σημεία της χορδής, μέσω της αλληλεπίδρασης γειτονικών μορίων. Συνεπώς, ένα κύμα διαδίδεται σε χορδή με την προϋπόθεση ότι αυτή δεν είναι χαλαρή. Για παράδειγμα, κατά το κούρδισμα ενός έγχορδου μουσικού οργάνου, το πρώτο βήμα είναι το τέντωμα των χορδών.



Θεωρήστε μια πολύ λεπτή ανελαστική χορδή μάζας m και μήκους l , σε κάθε άκρο της οποίας ασκείται δύναμη T , που την διατηρεί τεντωμένη. Κατά μήκος της διαδίδεται ένα αρμονικό κύμα, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα.



Γ.2.1. Πώς είναι δυνατόν η συμπεριφορά της χορδής να περιγράφεται από το Νόμο του Hooke, ενώ αυτή θεωρείται ανελαστική;

Γ.2.2. Να αποδείξετε ότι η ταχύτητα v του κύματος είναι ίδια σε οποιοδήποτε τμήμα της χορδής.

Γνωρίζοντας πλέον ότι η ταχύτητα είναι σταθερή, επιλέγουμε να την υπολογίσουμε σε ένα στοιχειώδες τμήμα μήκους Δs σε μια κορυφή του κύματος (βλ. διπλανό σχήμα).



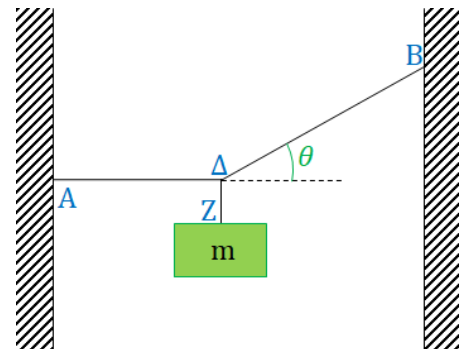
Γ.2.3. Να υπολογίσετε την συνισταμένη δύναμη $\Sigma \vec{F}$ που δέχεται το στοιχειώδες τμήμα.

Γ.2.4. Να αποδείξετε ότι η ταχύτητα διάδοσης του κύματος δίνεται από την σχέση $v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$,

όπου $\mu = \frac{m}{l}$ η γραμμική πυκνότητα της χορδής.

Γ.2.5. Υπό ποιες προϋποθέσεις ισχύει το αποτέλεσμα του ερωτήματος Γ.2.4;

Γ.3. Δίνεται η πειραματική διάταξη του διπλανού σχήματος. Η γραμμική πυκνότητα των νημάτων ΑΔ και ΔΒ είναι $\mu = 0,49 \text{ kg/m}$, το σώμα έχει μάζα $m = 10 \text{ kg}$, η γωνία που σχηματίζει το νήμα ΔΒ με την οριζόντια διεύθυνση είναι $\theta = 45^\circ$, ενώ το νήμα ΔΖ είναι αβαρές. Να βρείτε το μέτρο $v_{\Delta\Delta}$ της ταχύτητας διάδοσης ενός κύματος στο τμήμα ΑΔ και το μέτρο $v_{\Delta\text{B}}$ της ταχύτητας διάδοσης ενός κύματος στο τμήμα ΔΒ.



Γ.4. Μια χορδή κρέμεται από την οροφή του εργαστηρίου, σε τόπο όπου η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι g . Από το κατώτατο άκρο της, έστω θ , ξεκινά να διαδίδεται κατά μήκος της ένα κύμα.

Γ.4.1. Να βρείτε μια έκφραση της ταχύτητας διάδοσης v_Δ του κύματος ως συνάρτηση της απόστασης y από το θ .

Γ.4.2. Το μήκος της (κατακόρυφης) χορδής δίνεται ίσο προς L . Αν το κύμα ξεκινά από το σημείο θ την στιγμή 0, να βρείτε την χρονική στιγμή $t_{\text{τελ}}$ που το κύμα φτάνει στην κορυφή της χορδής.



4/1/2025

ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ ΦΥΣΙΚΗΣ Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΚΡΟΥΣΕΙΣ-ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΣΤΕΡΕΟΥ ΣΩΜΑΤΟΣ

$v_1 + v'_1 = v_2 + v'_2$	$v'_1 = \frac{2m_2}{m_1 + m_2}v_2 + \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}v_1$	$v'_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2}v_1 + \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}v_2$
$v'_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}v_1$	$v = v_0 + at$	$K = \frac{1}{2}mv^2$
$v'_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2}v_1$	$x = x_0 + v_0t + \frac{1}{2}at^2$	$a_\kappa = \frac{v^2}{r}$
$\Sigma \vec{F} = m\vec{a} = \frac{d\vec{p}}{dt}$	$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x$	$\omega = \frac{d\theta}{dt}$
	$T_{ολ} = \mu N$	$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$
a : Επιτάχυνση	K : Κινητική ενέργεια	s : Τόξο ή Διάστημα
E : Ενέργεια	L : Στροφορμή	T : Περίοδος
f : Συχνότητα	ℓ, d : Μήκος ή Απόσταση	V : Όγκος
F : Δύναμη	m : Μάζα	v : Ταχύτητα
$T_{ολ}$: Τριβή ολίσθησης	p : Ορμή	W : Έργο
N : Κάθετη δύναμη	R, r : Ακτίνα	x, y : Θέση
		Δx : Μετατόπιση
		$\alpha_{γων}$: Γωνιακή επιτάχυνση
		μ : Συντελεστής τριβής
		θ : Γωνία
		ρ : Πυκνότητα
		τ : Ροπή
		ω : Γωνιακή ταχύτητα

ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΑ ΚΥΜΑΤΑ

$x = A \eta\mu(\omega t + \phi)$	$D = m\omega^2$	$\frac{A_0}{A_1} = \frac{A_1}{A_2} = \frac{A_2}{A_3} = \dots =$	$r_1 - r_2 = N\lambda, N \in \mathbb{Z}$
$v = \omega A \sigma\upsilon\nu(\omega t + \phi)$	$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{D}}$	$= \sigma\tau\alpha\theta.$	$r_1 - r_2 = (2N + 1)\frac{\lambda}{2}, N \in \mathbb{Z}$
$a = -\omega^2 A \eta\mu(\omega t + \phi)$	$U = \frac{1}{2}Dx^2$	$f_0 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$	$y = 2A \sigma\upsilon\nu \frac{2\pi x}{\lambda} \eta\mu \frac{2\pi t}{T}$
$a = -\omega^2 x$	$F = -bv$	$v = \lambda f$	$x_K = 0, \frac{\lambda}{2}, \dots, N\frac{\lambda}{2}$
$F = -Dx$	$A = A_0 e^{-\lambda t}$	$y = A \eta\mu 2\pi \left(\frac{t}{T} \pm \frac{x}{\lambda} \right)$	$x_\Delta = \frac{\lambda}{4}, \frac{3\lambda}{4}, \dots, (2N + 1)\frac{\lambda}{4}$
$\omega = \sqrt{\frac{D}{m}}$			
A : Πλάτος	ω : Γωνιακή συχνότητα	K ή k : Σταθερά ελατηρίου	λ : Μήκος κύματος
x : Θέση	ϕ : Αρχική φάση	D : Σταθερά επαναφοράς	U : Δυναμική ενέργεια
v : Ταχύτητα	f : Συχνότητα	T : Περίοδος	y : Απομάκρυνση
a : Επιτάχυνση	f_0 : Ιδιοσυχνότητα	b : Σταθερά απόσβεσης	

ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΣΜΟΣ - ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΚΑ ΚΥΜΑΤΑ - ΕΝΑΛΛΑΣΣΟΜΕΝΑ

$E = \frac{F}{q}$	$B = \frac{\mu_0 2I}{4\pi r}$	$F = BI\ell \eta\mu \phi$	$E = E_{\max} \eta\mu 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$
$I = \frac{dq}{dt}$	$B = \frac{\mu_0 2\pi I}{4\pi r}$	$F = \frac{\mu_0 I_1 I_2 \ell}{2\pi a}$	$B = B_{\max} \eta\mu 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$
$I = \frac{V}{R}$	$\Sigma B\Delta\ell \sigma\upsilon\nu \theta = \mu_0 I_{\epsilon\gamma\kappa}$	$\mathcal{E}_{\epsilon\pi} = Bv\ell$	$v = V \eta\mu \omega t$
$I = \frac{\mathcal{E}}{R_{ολ}}$	$B = \mu_0 I n$	$\mathcal{E}_{\epsilon\pi} = \frac{1}{2}B\omega\ell^2$	$V = NB\omega A$
$V = \frac{W}{q}$	$n = \frac{N}{\ell}$	$\mathcal{E}_{\epsilon\pi} = -N \frac{d\Phi_B}{dt}$	$i = I \eta\mu \omega t$
$R_{ολ} = R_1 + R_2 + R_3$	$\Phi_B = BA \sigma\upsilon\nu \theta$	$\mathcal{E}_{\alpha\upsilon\tau} = -L \frac{di}{dt}$	$i = \frac{v}{R}$
$\frac{1}{R_{ολ}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$	$F = B q v \eta\mu \phi$	$L = \mu\mu_0 \frac{N^2}{\ell} A$	$I_{ev} = \frac{I}{\sqrt{2}}$
$R = \rho \frac{\ell}{A}$	$R = \frac{mv}{ q B}$	$U = \frac{1}{2}LI^2$	$V_{ev} = \frac{V}{\sqrt{2}}$
$\Delta B = \frac{\mu_0 I \Delta\ell}{4\pi r^2} \eta\mu \theta$	$T = \frac{2\pi m}{ q B}$	$\frac{E}{B} = c$	$p = vi$
	$v = \frac{E}{B}$		$P = \frac{W}{T}$



4/1/2025

A : Εμβαδόν B : Μαγνητικό πεδίο E : Ηλεκτρικό πεδίο, ΗΕΔ $\mathcal{E}$: ΗΕΔ $\mathcal{E}_{\text{επ.}}$: ΗΕΔ από επαγωγή $\mathcal{E}_{\text{αυτ.}}$: ΗΕΔ από αυτεπαγωγή L : Συντελεστής αυτεπαγωγής I : Ένταση ηλεκτρικού ρεύματος	V : Διαφορά δυναμικού ℓ, d, a : Μήκος ή Απόσταση U : Ενέργεια Μαγνητικού πεδίου q : Ηλεκτρικό φορτίο R : Αντίσταση W : Έργο $R_{\text{ολ}}$: Ολική αντίσταση ρ : Ειδική αντίσταση F : Δύναμη T : Περίοδος	q : Ηλεκτρικό φορτίο r : Ακτίνα ή Απόσταση n : Αριθμός σπειρών ανά μονάδα μήκους N : Αριθμός σπειρών v : Ταχύτητα Φ_B : Μαγνητική ροή ϕ, θ : γωνία μ : Μαγνητική διαπερατότητα c : Ταχύτητα του φωτός	v : Στιγμιαία τάση V : Πλάτος τάσης i : Στιγμιαία ένταση I : Πλάτος έντασης $I_{\text{εν}}$: Ενεργός ένταση $V_{\text{εν}}$: Ενεργός τάση P : Μέση ισχύς p : Στιγμιαία ισχύς R : Αντίσταση W : Ενέργεια ηλ. ρεύματος Q : Θερμότητα
---	--	--	--

ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΚΒΑΝΤΟΜΗΧΑΝΙΚΗΣ

$\lambda_{\text{max}} T = \text{σταθερό}$ $c = \lambda f$ $E = hf = pc$	$p = \frac{h}{\lambda}$ $K = hf - \phi$	$\lambda - \lambda' = \frac{h}{mc} (1 - \sin \varphi)$ $\Delta p_x \Delta x \geq \frac{h}{2\pi}$	$\Delta E \Delta t \geq \frac{h}{2\pi}$ $\sum \Psi ^2 dV = 1$
T : Θερμοκρασία E : Ενέργεια p : Ορμή	c : Ταχύτητα φωτός f : Συχνότητα x : Θέση	λ : Μήκος κύματος φ : Γωνία t : Χρόνος	ϕ : Έργο εξαγωγής V : Όγκος Ψ : Κυματοσυνάρτηση

Πολλαπλάσια - Υποπολλαπλάσια

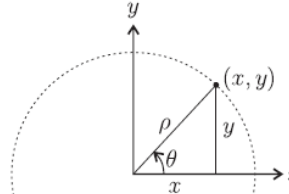
$10^{12} \rightarrow$ Tera (T)	$10^3 \rightarrow$ kilo (k)	$10^{-6} \rightarrow$ micro (μ)
$10^9 \rightarrow$ Giga (G)	$10^{-2} \rightarrow$ centi (c)	$10^{-9} \rightarrow$ nano (n)
$10^6 \rightarrow$ Mega (M)	$10^{-3} \rightarrow$ milli (m)	$10^{-12} \rightarrow$ pico (p)

Σταθερές

Μάζα Πρωτονίου $m_p = 1,67 \times 10^{-27} \text{ kg}$ Μάζα Νετρονίου $m_n = 1,67 \times 10^{-27} \text{ kg}$ Μάζα Ηλεκτρονίου $m_e = 9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}$ Απόλυτη τιμή φορτίου ηλεκτρονίου $e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$	Ηλεκτρονιοβόλτ $1 \text{ eV} = 1,6 \times 10^{-19} \text{ J}$ Ταχύτητα του φωτός $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$ Επιτάχυνση λόγω βαρύτητας κοντά στην επιφάνεια της Γης $g_0 = 9,8 \text{ m/s}^2$ Ηλεκτρική Σταθερά $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$	Σταθερά της Παγκόσμιας Έλξης $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$ Μαγνητική διαπερατότητα του κενού $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A}$ Σταθερά του Planck $h = 6,63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$ $h = 4,14 \times 10^{-15} \text{ eV} \cdot \text{s}$ $hc = 12,42 \times 10^{-7} \text{ eV} \cdot \text{m}$ $hc = 1242 \text{ eV} \cdot \text{nm} \approx 1200 \text{ eV} \cdot \text{nm}$
--	--	---

Μαθηματικό Βοήθημα

θ (°)	$\eta\mu\theta$	$\sigma\upsilon\upsilon\theta$	$\epsilon\phi\theta$
0°	0	1	0
30°	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
37°	$\frac{3}{5}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{3}{4}$
45°	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
53°	$\frac{4}{5}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{4}{3}$
60°	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$
90°	1	0	—



$\rho^2 = x^2 + y^2$
 $\eta\mu\theta = \frac{y}{\rho}, \sigma\upsilon\upsilon\theta = \frac{x}{\rho}, \epsilon\phi\theta = \frac{y}{x}$

Εμβαδόν Παραλληλογράμμου : $A = \beta v$
Περίμετρος Κύκλου : $C = 2\pi r$
Εμβαδόν Κύκλου : $A = \pi r^2$
Εμβαδόν Σφαίρας : $A = 4\pi r^2$
Όγκος Σφαίρας : $V = \frac{4}{3}\pi r^3$
Μήκος τόξου κύκλου : $s = \theta r$
 $\eta\mu A + \eta\mu B = 2 \sigma\upsilon\upsilon \frac{A-B}{2} \eta\mu \frac{A+B}{2}$



4/1/2025

ΦΥΛΛΟ ΑΠΑΝΤΗΣΕΩΝ

Επώνυμο: Όνομα: Τάξη: ...

Πατρώνυμο: Μητρώνυμο:

Τηλέφωνα επικοινωνίας: email:

ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ

1^ο ΘΕΜΑ A.1. (στο τετράδιο)
A.2. (στο τετράδιο)

2^ο ΘΕΜΑ $\mu = \dots\dots\dots$

3^ο ΘΕΜΑ

Γ.1. Να συμπληρώσετε τις τιμές με προσέγγιση δύο δεκαδικών ψηφίων:

θ		ημθ
(μοίρες)	(rad)	
0		
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		

Παρατηρούμε ότι

.....

.....

.....

Γ.2.1. (στο τετράδιο),

Γ.2.2. (στο τετράδιο),

Γ.2.3. $\sum \vec{F} = \dots\dots\dots$,

Γ.2.4. (στο τετράδιο),

Γ.2.5. (στο τετράδιο),

Γ.3. $v_{A\Delta} = \dots\dots\dots$, $v_{\Delta B} = \dots\dots\dots$,

Γ.4.1. $v_{\Delta} = \dots\dots\dots$,

Γ.4.2. $t_{\tau\epsilon\lambda} = \dots\dots\dots$

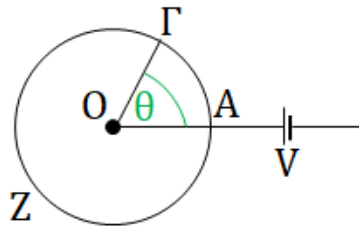
Καλή επιτυχία!



Συνοπτικές Απαντήσεις

1^ο ΘΕΜΑ

A.1. Έστω θ η (γωνιακά προσδιοριζόμενη) θέση του σημείου Γ (βλ. επόμενο σχήμα).



Οι αντιστάσεις των συρμάτων που αντιστοιχούν στα τόξα $\widehat{A\Gamma}$ και $\widehat{AZ\Gamma}$ είναι συνδεδεμένες παράλληλα και στα άκρα τους εφαρμόζεται τάση V και διαρρέονται από ρεύματα εντάσεων $I_{\widehat{A\Gamma}}$ και $I_{\widehat{AZ\Gamma}}$ με φορές όπως στο διπλανό σχήμα.

Με βάση τον κανόνα του δεξιού χεριού προκύπτει ότι η ένταση του μαγνητικού πεδίου $\vec{B}_{\widehat{A\Gamma}}$ που οφείλεται στο $I_{\widehat{A\Gamma}}$ έχει φορά από την σελίδα προς τον αναγνώστη. Για το μέτρο της θα εφαρμόσουμε το Νόμο Biot-Savart.

Χωρίζουμε το τόξο $\widehat{A\Gamma}$ σε στοιχειώδη τμήματα πλήθους, έστω, N , καθένα εκ των οποίων δημιουργεί στο σημείο O μαγνητικό πεδίο έντασης:

$$\Delta B_i = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I_{\widehat{A\Gamma}} \Delta l_i}{r_i^2} \eta \mu \theta_i = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I_{\widehat{A\Gamma}} \Delta l_i}{r^2} \eta \mu 90^\circ = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I_{\widehat{A\Gamma}} \Delta l_i}{r^2}$$

Συνεπώς, εξ αιτίας του $I_{\widehat{A\Gamma}}$ η ένταση του μαγνητικού πεδίου στο σημείο O , θα έχει μέτρο:

$$B_{\widehat{A\Gamma}} = \sum_{i=1}^N \Delta B_i = \sum_{i=1}^N \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I_{\widehat{A\Gamma}} \Delta l_i}{r^2} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I_{\widehat{A\Gamma}}}{r^2} \sum_{i=1}^N \Delta l_i = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I_{\widehat{A\Gamma}}}{r^2} l_{\widehat{A\Gamma}}$$

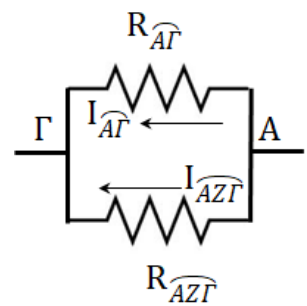
Η ένταση $I_{\widehat{A\Gamma}}$ δίνεται από την σχέση:

$$I_{\widehat{A\Gamma}} = \frac{V}{R_{\widehat{A\Gamma}}}$$

Αν είναι ρ η ειδική αντίσταση του σύρματος και s το εμβαδόν διατομής του, έχουμε:

$$R_{\widehat{A\Gamma}} = \rho \frac{l_{\widehat{A\Gamma}}}{s}$$

Έτσι, καταλήγουμε στην έκφραση:





$$I_{\widehat{A\Gamma}} = \frac{V}{\rho \frac{l_{\widehat{A\Gamma}}}{s}} \Rightarrow I_{\widehat{A\Gamma}} l_{\widehat{A\Gamma}} = \frac{V \cdot s}{\rho}$$

Τελικά λοιπόν είναι:

$$B_{\widehat{A\Gamma}} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{V \cdot s}{\rho \cdot r^2}$$

Με βάση τον κανόνα του δεξιού χεριού προκύπτει ότι η ένταση του μαγνητικού πεδίου $\vec{B}_{\widehat{AZ\Gamma}}$ που οφείλεται στο $I_{\widehat{AZ\Gamma}}$ έχει φορά από τον αναγνώστη προς την σελίδα. Εφαρμόζοντας την ίδια μεθοδολογία βρίσκουμε:

$$B_{\widehat{AZ\Gamma}} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{V \cdot s}{\rho \cdot r^2}$$

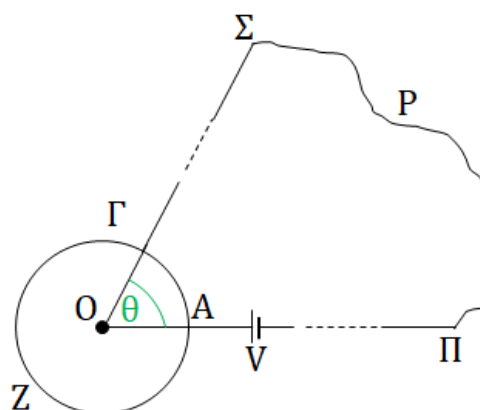
Παρατηρούμε ότι τα αποτελέσματα ταυτίζονται. Συνεπώς:

$$B_O = B_{\widehat{A\Gamma}} - B_{\widehat{AZ\Gamma}} = 0$$

Καταλήξαμε στο αποτέλεσμα αυτό έχοντας ξεκινήσει από μια τυχαία τιμή γωνίας θ . Συμπεραίνουμε λοιπόν ότι το μαγνητικό πεδίο στο O εξ αιτίας του κυκλικού αγωγού θα είναι μηδενικό ανεξάρτητα από την θέση του σημείου Γ .

Το αποτέλεσμα ισχύει ακόμη και αν το Γ συμπίπτει με το A . Στην περίπτωση αυτή ο κυκλικός αγωγός είναι βραχυκυκλωμένος, δεν διαρρέεται από ρεύμα, οπότε το μέτρο της μαγνητικής επαγωγής του μαγνητικού πεδίου στο O είναι μηδέν.

A.2. Δεν μένει λοιπόν παρά να σιγουρευτούμε πως ούτε τα ρευματοφόρα καλώδια σύνδεσης θα δημιουργούν μαγνητικό πεδίο στο O . Ο απλούστερος τρόπος για να το εξασφαλίσουμε αυτό είναι να θεωρήσουμε ότι τα καλώδια σύνδεσης είναι ευθύγραμμα, έχουν την διεύθυνση της αντίστοιχης ακτίνας και έχουν επαρκώς μεγάλο μήκος ώστε το σύρμα $\Pi P \Sigma$, μέσω του οποίου κλείνει το κύκλωμα κλείνει, να δημιουργεί στο O μαγνητικό πεδίο αμελητέας έντασης.



2° ΘΕΜΑ

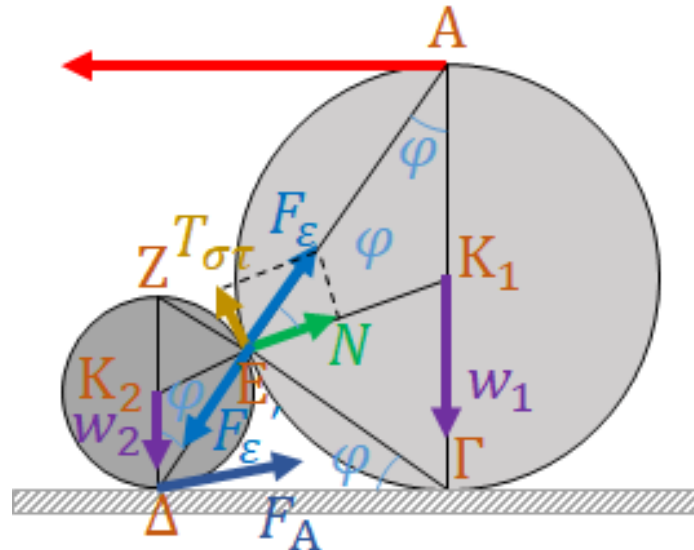
Έστω A το σημείο εφαρμογής της δύναμης F την στιγμή της οριακής ανατροπής του μεγάλου δίσκου, κέντρου, έστω, K_1 , την στιγμή δηλαδή που η δύναμη στήριξης N_1 από το έδαφος μηδενίζεται.

Στον μεγάλο δίσκο ασκούνται το βάρος του, έστω w_1 , (στο κέντρο μάζας του που συμπίπτει



με το K_1) η F που ασκεί ο μαθητής Δημητράκης στο σημείο A και η δύναμη επαφής F_ε στο σημείο (έστω E) όπου εφάπτονται οι δύο δίσκοι.

Λόγω της υφιστάμενης ισορροπίας, οι φορείς των τριών δυνάμεων πρέπει να διέρχονται από το σημείο A . Δηλαδή ο φορέας της F_ε διέρχεται από το σημείο A .



Στον μικρότερο δίσκο, κέντρου έστω K_2 , ασκούνται αντίστοιχα οι w_2 , η F_ε' (η αντίδραση της F_ε) και η δύναμη από το έδαφος, έστω F_A , που είναι η συνισταμένη της δύναμης στήριξης και της τριβής που δέχεται ο μικρός δίσκος. Εφόσον ο μικρότερος δίσκος ισορροπεί, πρέπει οι τρεις αυτές δυνάμεις να συντρέχουν. Αυτό σημαίνει ότι ο φορέας της F_ε' διέρχεται από το σημείο Δ .

Από τον Τρίτο Νόμο του Newton προκύπτει ότι τα σημεία A , E και Δ είναι συνευθειακά.

Οι γωνίες $\Gamma\hat{E}A$ και $\Delta\hat{E}Z$ είναι ορθές ως εγγεγραμμένες που βαίνουν σε ημικύκλιο.

Συνεπώς και τα σημεία Z , E και Γ είναι συνευθειακά.

Θέτουμε:

$$E\hat{A}\Gamma \equiv \varphi$$

Το τρίγωνο K_1AE είναι ισοσκελές, άρα είναι επίσης:

$$A\hat{E}K_1 = \varphi$$

Την στιγμή που ξεκινά η ολίσθηση του μεγάλου δίσκου πάνω στον μικρό ισχύει:

$$\mu = \frac{T_{\sigma\tau}}{N} = \varepsilon\varphi$$

Για να βρούμε λοιπόν το ζητούμενο, αρκεί να προσδιορίσουμε την γωνία την $\varepsilon\varphi$.

Οι γωνίες $\Delta\hat{\Gamma}E$ και $E\hat{A}\Gamma$ είναι οξείες και έχουν τις πλευρές τους κάθετες, συνεπώς:

$$\Delta\hat{\Gamma}E = \varphi$$

Ισχύει ακόμη:

$$\Delta\hat{Z}E = E\hat{\Gamma}A$$

ως εντός εναλλάξ των παραλλήλων $A\Gamma$ και ΔZ που τέμνονται από την ΓZ .

Όμως η $E\hat{\Gamma}A$ είναι συμπληρωματική της φ , αφού $A\Gamma \perp \Delta\Gamma$. Συνεπώς ισχύει επίσης:



$$Z\hat{D}E = \varphi$$

και

$$E\hat{D}\Gamma = \frac{\pi}{2} - \varphi$$

αφού $ZD \perp \Delta\Gamma$.

Άρα, τα τρίγωνα $AE\Gamma$ και $DE\Gamma$ έχουν $E\hat{D}\Gamma = E\hat{A}\Gamma$ και $D\hat{E}\Gamma = \Gamma\hat{A}E$, δηλαδή είναι όμοια.

Εναλλακτικά, είναι $\Delta\hat{E}K_2 = \varphi$ ως κατακορυφήν της $E\hat{A}\Gamma$. Το τρίγωνο $K_2\Delta E$ είναι ισοσκελές, άρα και η γωνία $E\hat{D}K_2$ ισούται με φ . Αφού $ZD \perp \Delta\Gamma$ η γωνία $E\hat{D}\Gamma$ είναι συμπληρωματική της φ , οπότε αποδεικνύεται η ομοιότητα των τριγώνων.

Από τα όμοια τρίγωνα έχουμε:

$$\frac{(E\Gamma)}{(A\Gamma)} = \frac{(\Delta E)}{(\Delta\Gamma)} \Rightarrow \frac{D\eta\mu\varphi}{D} = \frac{d\sigma\eta\nu\varphi}{D\varepsilon\varphi\varphi} \Rightarrow \varepsilon\varphi^2\varphi = \frac{d}{D} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \varepsilon\varphi\varphi = \sqrt{\frac{d}{D}}$$

Τελικά λοιπόν

$$\mu = \sqrt{\frac{d}{D}}$$

3^ο ΘΕΜΑ

Γ.1. Δίνεται ο συμπληρωμένος πίνακας:

θ		ημθ
(μοίρες)	(rad)	
0	0,00	0,00
1	0,02	0,02
2	0,03	0,03
3	0,05	0,05
4	0,07	0,07
5	0,09	0,09
6	0,10	0,10
7	0,12	0,12
8	0,14	0,14
9	0,16	0,16
10	0,17	0,17
11	0,19	0,19
12	0,21	0,21

Παρατηρούμε ότι για μικρές τιμές της γωνίας ισχύει $\eta\mu\theta \cong \theta$.

Γ.2.1. Από την στιγμή που η συμπεριφορά της χορδής περιγράφεται από το Νόμο του Hooke, ασκώντας δύναμη T σε κάθε άκρο της, η χορδή θα επιμηκύνεται κατά Δl , με



$$\Delta l = \frac{T}{k}$$

όπου k η σταθερά ελαστικότητας.

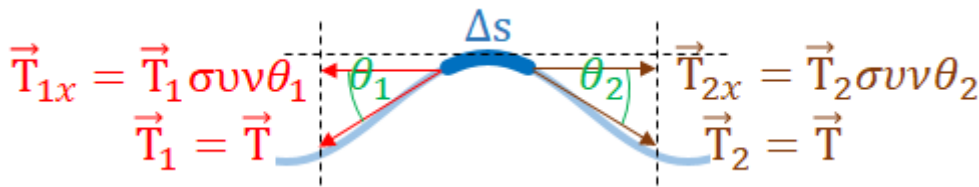
Μια χορδή μπορεί να χαρακτηριστεί ανελαστική όταν η Δl είναι οπτικά μη παρατηρήσιμη (γεγονός όμως που δεν την καθιστά μη μετρήσιμη!). Αυτό συμβαίνει εφόσον η σταθερά ελαστικότητας έχει πολύ μεγάλη τιμή.

Για παράδειγμα, ασκώντας δύναμη σε ένα χοντρό σκοινί το τεντώνουμε, αλλά δεν καταφέρνουμε να το επιμηκύνουμε. Ο λόγος είναι ότι, λόγω του μεγάλου k , ακόμη και μια ελαχιστότατη αύξηση Δx της απόστασης μεταξύ διαδοχικών μορίων, θα προκαλέσει εμφάνιση δύναμης μεγάλου μέτρου, η οποία εξουδετερώνει την εξωτερικά εφαρμοζόμενη.

Γ.2.2. Αφού η χορδή είναι ανελαστική, οι τάσεις T_1 και T_2 που ασκούνται στα άκρα της θα είναι ίσες μεταξύ τους, δηλ.

$$T_1 = T_2 \equiv T$$

και εφαπτομενικές στο τόξο Δs (βλ. σχ.).



Εξ άλλου, γνωρίζουμε ότι η ημιτονοειδής καμπύλη είναι συμμετρική ως προς κατακόρυφη ευθεία που διέρχεται από ακρότατο σημείο της. Συνεπώς, οι κλίσεις θ_1 και θ_2 στα άκρα του στοιχειώδους τμήματος Δs είναι ίσες (βλ. σχ.), δηλ.

$$\theta_1 = \theta_2$$

Συμπεραίνουμε λοιπόν ότι οι οριζόντιες συνιστώσες αλληλοαναιρούνται, δηλ.

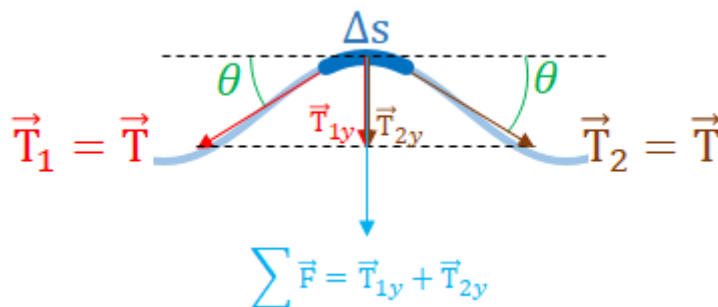
$$\sum F_x = 0$$

με αποτέλεσμα η ταχύτητα v του τμήματος Δs να είναι σταθερή.

Γ.2.3. Με βάση το αποτέλεσμα στο προηγούμενο ερώτημα, συμπεραίνουμε ότι η συνισταμένη δύναμη που δέχεται το τμήμα Δs είναι κατακόρυφη.

Συγκεκριμένα (βλ. σχ.):

$$\sum \vec{F} = \vec{T}_{1y} + \vec{T}_{2y}$$



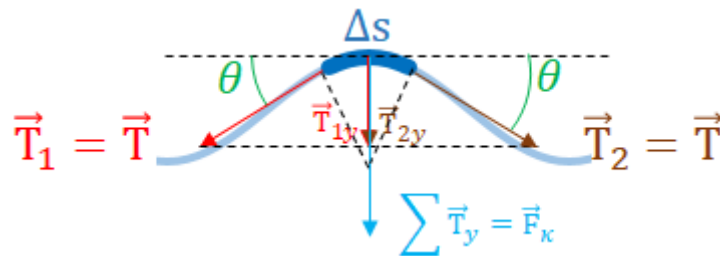


Το μέτρο της συνισταμένης είναι:

$$\sum F = T_{1y} + T_{2y} \Rightarrow \sum F = T_1 \eta \mu \theta + T_2 \eta \mu \theta \Rightarrow \sum F = T \eta \mu \theta + T \eta \mu \theta \Rightarrow \\ \Rightarrow \sum F = 2T \eta \mu \theta$$

Στον υπολογισμό αυτό αμελούμε το βάρος του τμήματος Δs , ως αμελητέο σε σύγκριση με τη δύναμη που τείνει το νήμα.

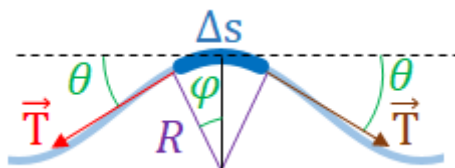
Γ.2.4. Η μάζα του στοιχειώδους τμήματος μήκους Δs είναι $\Delta m = \mu \cdot \Delta s$. Αν το τμήμα Δs είναι επαρκώς μικρό, μπορούμε να θεωρήσουμε ότι αποτελεί τόξο κύκλου, ακτίνας R , οπότε η Δm εκτελεί κυκλική κίνηση. Αυτό σημαίνει ότι η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στο Δs θα είναι η αναγκαία κεντρομόλος F_k .



Με βάση το προηγούμενο αποτέλεσμα έχουμε:

$$2T \eta \mu \theta = F_k \Rightarrow 2T \eta \mu \theta = \frac{mv^2}{R} \Rightarrow \\ \Rightarrow 2T \eta \mu \theta = \frac{\mu \cdot \Delta s \cdot v^2}{R}$$

Από το σχήμα που ακολουθεί βλέπουμε ότι $\varphi = \theta$, αφού πρόκειται για οξείες γωνίες που έχουν τις πλευρές τους κάθετες.



Συνεπώς, η επίκεντρη γωνία που βαίνει στο τόξο Δs ισούται με 2θ .

Άρα για το τόξο Δs ισχύει:

$$\Delta s = R \cdot 2 \cdot \theta$$

Συνδυάζοντας τις δύο τελευταίες σχέσεις προκύπτει:

$$2T \eta \mu \theta = \frac{\mu \cdot R \cdot 2 \cdot \theta \cdot v^2}{R} \Rightarrow T \eta \mu \theta = \mu \cdot \theta \cdot v^2$$

Αφού το Δs έχει μικρό μήκος, η γωνία θ έχει μικρή τιμή. Από το ερώτημα Γ.1. γνωρίζουμε ότι για μικρές γωνίες ισχύει $\theta \cong \eta \mu \theta$. Συνεπώς, η τελευταία σχέση γράφεται:

$$2T \theta = \mu \cdot 2 \theta \cdot v^2 \Rightarrow T = \mu \cdot v^2 \Rightarrow$$

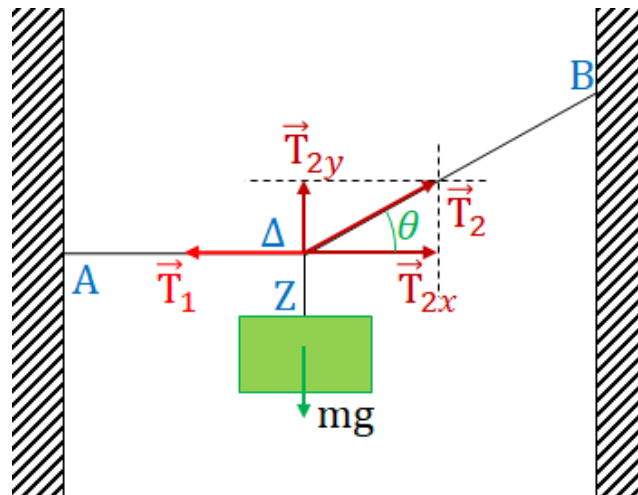


$$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

που είναι το ζητούμενο.

Γ.2.5. Για να ισχύει η προσέγγιση των μικρών γωνιών πρέπει το πλάτος ταλάντωσης να είναι μικρό. Επίσης, πρέπει η σταθερά ελαστικότητας k της χορδής να είναι μεγάλη, ώστε αυτή να είναι πρακτικά ανελαστική και η γραμμική πυκνότητα να μένει σταθερή. Τέλος, πρέπει το μέτρο της T να μην επηρεάζεται από τους παλμούς που διαδίδονται κατά μήκος της χορδής.

Γ.3. Στο σχήμα που ακολουθεί φαίνονται οι δράσεις $\vec{T}_1$ και $\vec{T}_2$ των νημάτων ΑΔ και ΔΒ στο άκρο Δ του ΔΖ.



Αφού το σύστημα ισορροπεί έχουμε:

$$T_{2y} = mg \Rightarrow T_2 \eta \mu \theta = mg \Rightarrow T_2 = \frac{mg}{\eta \mu \theta}$$

$$\Rightarrow T_2 = 100\sqrt{2}N$$

Επίσης είναι

$$T_1 = T_{2x} \Rightarrow T_1 = T_2 \sigma \nu \nu \theta \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T_1 = 100N$$

Οι δυνάμεις που διατηρούν τα νήματα τεντωμένα είναι οι αντιδράσεις των παραπάνω δράσεων.

Συνεπώς, για το τμήμα ΑΔ έχουμε:

$$v_{A\Delta} = \sqrt{\frac{T_1}{\mu}} \Rightarrow v_{A\Delta} = \sqrt{\frac{100}{0,49} \frac{m}{s}} \Rightarrow v_{A\Delta} = \sqrt{\frac{10^4}{49} \frac{m}{s}} \Rightarrow$$

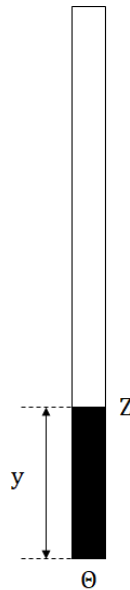
$$\Rightarrow v_{A\Delta} = \frac{10^2}{7} \frac{m}{s} \cong 14,29 \frac{m}{s}$$

Αντίστοιχα, για το τμήμα ΔΒ έχουμε:



$$\begin{aligned}v_{\Delta B} &= \sqrt{\frac{T_2}{\mu}} \Rightarrow v_{\Delta B} = \sqrt{\frac{100\sqrt{2}m}{0,49s}} \Rightarrow v_{\Delta B} = \sqrt{\frac{10^4\sqrt{2}m}{49s}} \Rightarrow \\&\Rightarrow v_{\Delta B} = \frac{10^2}{7}\sqrt[4]{2}\frac{m}{s} \cong 16,99\frac{m}{s}\end{aligned}$$

Γ.4.1. Στο προηγούμενο ερώτημα αμελήσαμε τα βάρη των νημάτων. Σε αυτό καλούμαστε να συμπεριλάβουμε ένα τέτοιο βάρος στον υπολογισμό μας, αφού αυτό είναι η μοναδική δύναμη που τείνει την χορδή. Έστω λοιπόν Z ένα σημείο της εν λόγω χορδής με $(Z\theta) = y$.



Η δύναμη που τείνει την χορδή στο σημείο αυτό ισούται με το βάρος του τμήματος $(Z\theta)$, δηλαδή:

$$T_Z = w_{(Z\theta)} \Rightarrow T_Z = m_{(Z\theta)}g \Rightarrow T_Z = \mu \cdot y \cdot g$$

Αντικαθιστώντας το αποτέλεσμα αυτό στην έκφραση που αποδείξαμε στο ερώτημα Γ.2.4. έχουμε:

$$\begin{aligned}v_{\Delta} &= \sqrt{\frac{T_Z}{\mu}} \Rightarrow v_{\Delta} = \sqrt{\frac{\mu \cdot y \cdot g}{\mu}} \Rightarrow \\&\Rightarrow v_{\Delta} = \sqrt{y \cdot g}\end{aligned}$$

που είναι η ζητούμενη σχέση.

ΣΗΜΕΙΩΣΗ: Στο ερώτημα Γ.3. θα ήταν σωστότερο να βρούμε μια έκφραση της $v_{\Delta B}$ συναρτήσει του ύψους ή της απόστασης από το άκρο Δ. Όμως, ακόμη κι αν είχαμε υπόψη μας την εξάρτηση αυτή, δεν θα την συνυπολογίζαμε, αφού το ερώτημα ζητά την τιμή της ταχύτητας, γεγονός που υπονοεί ότι το βάρος του ΔΒ μπορεί να θεωρηθεί αμελητέο, συγκριτικά με τα μέτρα των υπόλοιπων δυνάμεων που ασκούνται στο σύστημα.

Γ.4.2. Από το αποτέλεσμα του προηγούμενου ερωτήματος έχουμε:



$$\begin{aligned}v_{\Delta} &= \sqrt{y \cdot g} \Rightarrow \frac{dy}{dt} = \sqrt{y \cdot g} \Rightarrow dt = \frac{dy}{\sqrt{y \cdot g}} \Rightarrow \\&\Rightarrow \int_0^{t_{\text{τελ}}} dt = \int_0^L \frac{dy}{\sqrt{y \cdot g}} \Rightarrow \int_0^{t_{\text{τελ}}} dt = \frac{1}{\sqrt{g}} \int_0^L \frac{dy}{\sqrt{y}} \Rightarrow \int_0^{t_{\text{τελ}}} dt = \frac{2}{\sqrt{g}} \int_0^L \frac{dy}{2\sqrt{y}} \Rightarrow \\&\Rightarrow \int_0^{t_{\text{τελ}}} dt = \frac{2}{\sqrt{g}} \int_0^L d\sqrt{y} \Rightarrow (t_{\text{τελ}} - 0) = \frac{2}{\sqrt{g}} (\sqrt{L} - \sqrt{0}) \Rightarrow \\&\Rightarrow t_{\text{τελ}} = 2 \sqrt{\frac{L}{g}}\end{aligned}$$