



ΟΔΗΓΙΕΣ

1. Η αναλυτική λύση των θεμάτων θα γίνει γραπτώς σε τετράδιο ή σε φύλλα Α4 που θα σας δοθούν. Στον κατάλληλο χώρο του τετραδίου ή στην πρώτη σελίδα Α4 θα αναγράψετε τα ονομαστικά στοιχεία σας
2. Όλα τα ζητούμενα αριθμητικά αποτελέσματα πρέπει ΟΠΩΣΔΗΠΟΤΕ να μεταφερθούν στο **Φύλλο Απαντήσεων** που θα βρείτε αμέσως μετά τις εκφωνήσεις και το τυπολόγιο..
3. Όπου ζητούνται γραφήματα θα σχεδιαστούν στους ειδικούς χώρους του **Φύλλου Απαντήσεων**.
4. Στο τέλος της εξέτασης θα παραδώσετε το τετράδιο (ή τα φύλλα Α4) με τις αναλυτικές λύσεις σας ΜΑΖΙ με το φύλλο απαντήσεων.
5. Το Φύλλο Απαντήσεων θα συρραφεί στο τετράδιο (ή στα φύλλα Α4).
6. Τα ονομαστικά στοιχεία θα καλυφθούν με μαύρο αυτοκόλλητο.

ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ

1^ο ΘΕΜΑ

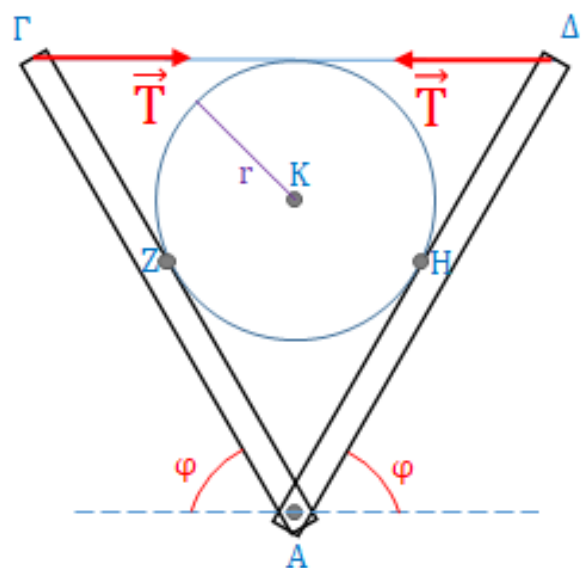
A.1. Σφαίρα Σ_1 αμελητέων διαστάσεων μάζας m_1 αφήνεται να πέσει από ύψος h επί οριζοντίου λείου επιπέδου με το οποίο συγκρούεται με αποτέλεσμα να αρχίσει να κινείται κατακόρυφα προς τα πάνω. Δεύτερη σφαίρα Σ_2 , επίσης αμελητέων διαστάσεων και μάζας m_2 , αφήνεται από το ίδιο ύψος και στην ίδια κατακόρυφο με την πρώτη, σε κατάλληλη χρονική στιγμή ώστε να συγκρουστεί μετωπικά με την Σ_1 την στιγμή που αυτή αποχωρίζεται από το επίπεδο. Θεωρούμε ότι κατά την κρούση τους οι σφαίρες έχουν διανύσει την ίδια κατακόρυφη απόσταση, ότι όλες οι κρούσεις είναι ελαστικές και ότι η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα.

A.1.1. Να βρείτε την τιμή του λόγου $\lambda_1 = \frac{m_1}{m_2}$ ώστε μετά την κρούση η Σ_2 να φτάσει στο μέγιστο ύψος $h_{2,max}$ και να υπολογίσετε αυτό το μέγιστο ύψος.

A.1.2. Να βρείτε την τιμή του λόγου $\lambda_2 = \frac{m_1}{m_2}$ ώστε μετά την κρούση η Σ_2 να φτάσει στο αρχικό ύψος h .

A.2. Δύο επίπεδες αβαρείς σανίδες με μήκος $(AG) = (AD) = \alpha = 0,6m$, αρθρώνονται στο κοινό τους άκρο Α (βλ. σχ.), ενώ τα άκρα Γ και Δ συνδέονται με οριζόντιο ιδανικό νήμα $(\Gamma\Delta)$ μήκους επίσης α . Οι δύο σανίδες συγκρατούνται σε τέτοια θέση ώστε να σχηματίζουν (σε κατακόρυφο επίπεδο) σχήμα V, οι πλευρές του οποίου σχηματίζουν ίσες γωνίες φ με το οριζόντιο επίπεδο. Μεταξύ των δύο σανίδων τοποθετείται λεία μεταλλική σφαίρα ακτίνας $r = 0,1\sqrt{3}m$ και βάρος $w_S = 40N$.

A.2.1. Να αποδείξετε ότι το σημείο τομής των φορέων των δυνάμεων που δέχεται η ράβδος (AG) είναι το σημείο Δ.

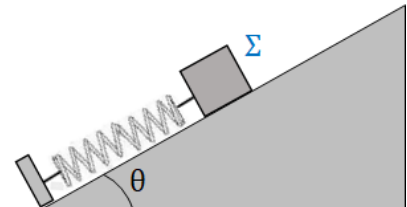




A.2.2. Να υπολογίσετε την τάση \vec{T} του νήματος.

2° ΘΕΜΑ

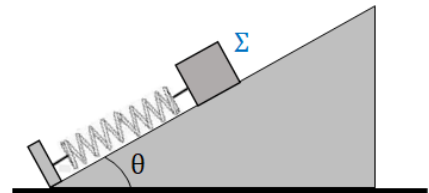
Σώμα Σ μάζας $m = 1kg$ παραμένει ακίνητο σε κεκλιμένο επίπεδο γωνίας θ συνδεδεμένο στο ένα άκρο ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 100N/m$, το άλλο άκρο του οποίου είναι ακλόνητα στερεωμένο. Δεχόμαστε ότι ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ των επιφανειών σώματος – κεκλιμένου επιπέδου είναι $\mu = 0,5$ και ίσος με τον συντελεστή οριακής τριβής. Δίνεται $g = 10m/s^2$, $\eta\mu\theta = 0,6$ και $\sigma\upsilon\nu\theta = 0,8$.



B.1. Να υπολογίσετε το εύρος τιμών της παραμόρφωσης Δl του ελατηρίου.

B.2. Απομακρύνουμε το Σ κατά $10cm$ πάνω από την θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου και το αφήνουμε ελεύθερο. Σε πόσο χρονικό διάστημα Δt θα σταματήσει για πρώτη φορά;

B.3. Αντικαθιστούμε το κεκλιμένο επίπεδο με σφήνα μάζας $M = 3kg$ και γωνίας επίσης θ , η οποία μπορεί να ολισθαίνει χωρίς τριβές στο οριζόντιο δάπεδο. Ο συντελεστής τριβής μεταξύ σφήνας και Σ παραμένει ίσος με μ . Απομακρύνουμε ξανά το Σ κατά $10cm$ πάνω από την θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου και το αφήνουμε ελεύθερο. Όταν το σώμα ακινητοποιηθεί οριστικά, μετράμε την συσπείρωση του ελατηρίου ίση προς $\Delta l_1 = 6cm$. Θεωρώντας θετική την φορά προς τα δεξιά, να υπολογίσετε την μετατόπιση X της σφήνας.



3° ΘΕΜΑ

Είναι γνωστό ότι κατά την διάδοση διαμηκών κυμάτων δημιουργούνται πυκνώματα και αραιώματα και αυτό έχει ως αποτέλεσμα την δημιουργία τοπικών μεταβολών της πυκνότητας του ελαστικού μέσου στο οποίο διαδίδεται το κύμα. Οι μεταβολές αυτές οφείλονται στην ελαστικότητα του όγκου την οποία παρουσιάζουν όλα σχεδόν τα σώματα. Το χαρακτηριστικό παράδειγμα διαμήκους κύματος είναι το κύμα που δημιουργείται στον αέρα και οφείλεται στην διαταραχή της πίεσης του αερίου σε ένα σημείο του. Παράδειγμα τέτοιου κύματος αποτελεί ο ήχος.

Όταν η πίεση ενός αερίου που βρίσκεται μέσα σε κυλινδρικό σωλήνα διαταραχθεί, για παράδειγμα με την παραγωγή ήχου από ένα μεγάφωνο, τότε η διαταραχή αυτή μεταδίδεται σε όλο το αέριο με μορφή κύματος πίεσης. Η μετάδοση της μεταβολής της πίεσης κατά μήκος του αερίου κάνει τα μόριά του να ταλαντώνονται κατά την διεύθυνση μετάδοσης της κυματικής κίνησης σχηματίζοντας πυκνώματα και αραιώματα.



Ο [σωλήνας του Rubens](#) κατασκευάστηκε το 1905 από τον Γερμανό φυσικό Heinrich Rubens και είναι μία συσκευή επίδειξης και οπτικοποίησης των ακουστικών στάσιμων κυμάτων σε ένα σωλήνα. Αυτός ο σωλήνας μπορεί να θεωρηθεί ανοικτός στο άκρο που είναι κοντά στο μεγάφωνο και κλειστό στο άλλο άκρο. Γεμίζεται με ένα εύφλεκτο αέριο, συνήθως προπάνιο. Μικρές φλόγες εμφανίζονται από μικρές οπές στην πάνω πλευρά του σωλήνα, όταν το αέριο αναφλέγεται. Για λόγους ασφαλείας δεν υπάρχουν οπές κοντά στα άκρα του σωλήνα (βλ. σχ.).



Ο ήχος παράγεται από το μεγάφωνο και μεταδίδεται στο προπάνιο μέσα στο σωλήνα. Το μεγάφωνο συνδέεται με μία γεννήτρια συχνοτήτων. Για συγκεκριμένες συχνότητες δημιουργούνται στάσιμα κύματα στο αέριο που περιέχεται στο σωλήνα. Παρατηρούμε ότι οι φλόγες παριστάνουν ένα στιγμιότυπο του στάσιμου κύματος.

Παρατηρούμε ότι οι ψηλότερες φλόγες σχηματίζουν κοιλίες και οι χαμηλότερες δεσμούς.

Γ.1. Πώς εξηγείται αυτή η εικόνα με βάση το στάσιμο κύμα πίεσης που δημιουργείται μέσα στον σωλήνα;

Γ.2. Προκειμένου να υπολογίσουμε την ταχύτητα του ήχου στο προπάνιο, χρησιμοποιούμε Έναν σωλήνα Rubens, μήκους L και με τη βοήθεια της γεννήτριας συχνοτήτων, μέσω του μεγάφωνου, δημιουργούμε έναν ήχο συχνότητας f . Από την εικόνα των φλογών συμπεραίνουμε ότι έχουν σχηματιστεί N πυκνώματα μέσα στον σωλήνα.

Γ.2.1. Να δείξετε ότι η ταχύτητα του ήχου στο προπάνιο δίνεται από τη σχέση:

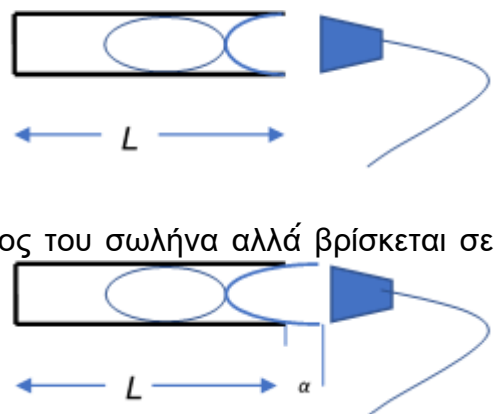
$$v = 4Lf / (2N - 1) \quad (1)$$

Γ.2.2. Ποια είναι η ταχύτητα v του ήχου στο προπάνιο όταν $L = 1,80 \text{ m}$, $f = 180 \text{ Hz}$ και $N = 3$; Να δώσετε το αποτέλεσμα με τρία σημαντικά ψηφία.

Γ.3. Η τιμή της ταχύτητας του ήχου που βρίσκεται με αυτόν τον τρόπο διαφέρει λίγο από την πραγματική τιμή. Ένας από τους λόγους είναι το γεγονός ότι η πρώτη κοιλία του στάσιμου κύματος θεωρούμε ότι συμπίπτει με το χείλος του σωλήνα (βλ. σχ.).

Στην πραγματικότητα η κοιλία δε συμπίπτει με το χείλος του σωλήνα αλλά βρίσκεται σε κάποια απόσταση α από αυτό, λόγω της τριβής μεταξύ των διαφόρων στρωμάτων του αερίου μέσα στο σωλήνα (βλ. σχ.).

Το μήκος $L + \alpha$ είναι το φαινομενικό μήκος του σωλήνα και το μήκος α λέγεται διόρθωση μήκους. Το α εξαρτάται κυρίως από τη διάμετρο του σωλήνα και λιγότερο από τη συχνότητα με την οποία ταλαντώνονται τα μόρια του αέρα μέσα στο σωλήνα.





Αν το κλειστό άκρο του σωλήνα είναι κινούμενο, ώστε να μεταβάλλεται το μήκος L (βλ. σχ.), μπορείτε από με τη βοήθεια του φαινομενικού μήκους $L + \alpha$ και της σχέσης (1), να προτείνετε έναν τρόπο ακριβέστερου υπολογισμού της ταχύτητας του ήχου στο προπάνιο; Για απλούστευση να θεωρήσετε ότι η συχνότητα του ήχου είναι η θεμελιώδης (για $N = 1$), δηλαδή η χαμηλότερη συχνότητα που παράγει η γεννήτρια ώστε να έχουμε παραγωγή ήχου στο μεγάφωνο.



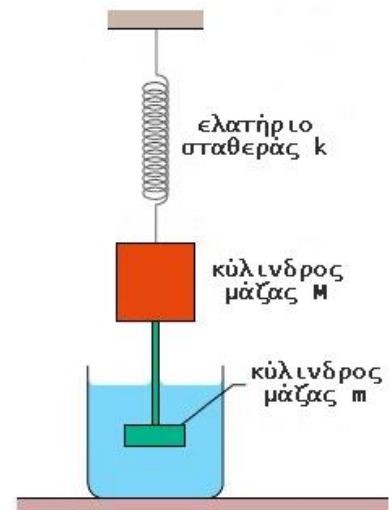
ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ

4^ο ΘΕΜΑ

Φθίνουσα ταλάντωση

Δύο μεταλλικοί κύλινδροι με μάζες $M = 0,5 \text{ kg}$ και $m = 0,15 \text{ kg}$ αντίστοιχα συνδέονται μεταξύ τους με χοντρό χάλκινο σύρμα, ώστε να μπορούν να κινούνται ως συσσωμάτωμα. Το σύστημα των δύο κυλίνδρων συνδέεται στο κάτω άκρο κατακόρυφου ελατηρίου, το άλλο άκρο του οποίου είναι ακλόνητα στερεωμένο. Ο κατώτερος κύλινδρος παραμένει πλήρως βυθισμένος σε κάποιο υγρό, ώστε το σύστημα να μπορεί να εκτελεί κατακόρυφη φθίνουσα ταλάντωση.

Σε δύο διαφορετικά πειράματα ο κατώτερος κύλινδρος ήταν την πρώτη φορά βυθισμένος σε νερό και τη δεύτερη σε λάδι. Με κατάλληλο σύστημα έχει καταγραφεί το πλάτος (A) της φθίνουσας ταλάντωσης σε διάφορες χρονικές στιγμές (t) κατά τις οποίες οι κύλινδροι βρίσκονται σε διαδοχικές πάνω ακραίες θέσεις της ταλάντωσης τους. Τα πειραματικά δεδομένα καταγράφονται στους πίνακες 1 και 2.



Πίνακας 1: Πειραματικά δεδομένα για την ταλάντωση με τον κάτω κύλινδρο στο νερό

Αύξων αριθμός ταλάντωσης N	Χρονική στιγμή t (s)	Πλάτος A (mm)	Φυσικός λογάριθμος πλάτους $\ln A$
1	0,98	39,2	3,67
2	1,96	36,5	3,60
3	2,94	34,4	3,54
4	3,92	32,3	3,48
5	4,90	30,3	3,41



Πίνακας 2: Πειραματικά δεδομένα για την ταλάντωση με τον κάτω κύλινδρο στο λάδι

Αύξων αριθμός ταλάντωσης N	Χρονική στιγμή t (s)	Πλάτος A (mm)	Φυσικός λογάριθμος πλάτους $\ln A$
1	1,02	38,7	3,66
2	2,02	26,0	3,26
3	3,02	17,1	2,84
4	4,00	11,0	2,40
5	5,02	7,0	1,95

Με βάση αυτά τα πειραματικά δεδομένα:

Δ.1. Να υπολογίσετε την περίοδο T_1 των ταλαντώσεων του συστήματος στο νερό και T_2 στο λάδι. Να δικαιολογήσετε την επιλογή του τρόπου υπολογισμού της περιόδου.

Δ.2. Το θεωρητικό μοντέλο στην περίπτωση που οι δυνάμεις αντίστασης έχουν μέτρο ανάλογο της ταχύτητας ($F_{αντ} = -bv$) προβλέπει ότι το πλάτος των φθινουσών ταλαντώσεων μειώνεται εκθετικά με το χρόνο (περίπτωση υποκρίσιμης απόσβεσης). Ισχύει δηλαδή:

$$A = A_0 e^{-\Lambda t} \text{ με } \Lambda = \frac{b}{2m}, \text{ όπου } m \text{ η μάζα του συστήματος.}$$

Δ.2.1. Να δικαιολογήσετε πως στην περίπτωση αυτή η γραφική παράσταση του λογάριθμου του πλάτους $\ln(A)$ σε συνάρτηση με το χρόνο είναι ευθεία γραμμή. Να υπολογίσετε την κλίση α και τον σταθερό όρο β της εξίσωσης αυτής της ευθείας.

Δ.2.2. Να σχεδιάσετε σε κοινό διάγραμμα τις γραφικές παραστάσεις $\ln A = f(t)$ για τις δύο περιπτώσεις (ταλάντωση στο νερό και ταλάντωση στο λάδι), καθώς και τις δύο ευθείες που καλύτερα ταιριάζουν στα αντίστοιχα πειραματικά δεδομένα.

Δ.2.3. Να υπολογίσετε με τρία σημαντικά ψηφία τη σταθερά Λ των φθινουσών ταλαντώσεων σε κάθε περίπτωση καθώς και την αντίστοιχη τιμή της σταθεράς απόσβεσης b .

Δ.2.4. Ποια η κανονικότητα που προκύπτει από το πείραμα σε σχέση με την εξάρτηση της περιόδου μιας φθίνουσας ταλάντωσης από τη σταθερά απόσβεσης;



ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ ΦΥΣΙΚΗΣ Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΚΡΟΥΣΕΙΣ-ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΣΤΕΡΕΟΥ ΣΩΜΑΤΟΣ

$v_1 + v'_1 = v_2 + v'_2$	$v'_1 = \frac{2m_2}{m_1 + m_2}v_2 + \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}v_1$	$v'_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2}v_1 + \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}v_2$
$v'_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}v_1$	$v = v_0 + at$	$K = \frac{1}{2}mv^2$
$v'_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2}v_1$	$x = x_0 + v_0t + \frac{1}{2}at^2$	$a_\kappa = \frac{v^2}{r}$
$\Sigma \vec{F} = m\vec{a} = \frac{d\vec{p}}{dt}$	$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x$	$\omega = \frac{d\theta}{dt}$
	$T_{ολ} = \mu N$	$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$
		$T = \frac{1}{f}$
		$v_{cm} = \omega R$
		$a_{cm} = a_{γων}R$
		$\tau = F\ell = Fd$
		$L = mvr$
		$\Sigma \tau_{εξ} = \frac{dL}{dt}$

a : Επιτάχυνση E : Ενέργεια f : Συχνότητα F : Δύναμη $T_{ολ}$: Τριβή ολίσθησης N : Κάθετη δύναμη	K : Κινητική ενέργεια L : Στροφορμή ℓ, d : Μήκος ή Απόσταση m : Μάζα p : Ορμή R, r : Ακτίνα	s : Τόξο ή Διάστημα T : Περίοδος V : Όγκος v : Ταχύτητα W : Έργο x, y : Θέση Δx : Μετατόπιση	$\alpha_{γων}$: Γωνιακή επιτάχυνση μ : Συντελεστής τριβής θ : Γωνία ρ : Πυκνότητα τ : Ροπή ω : Γωνιακή ταχύτητα
--	---	--	---

ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΑ ΚΥΜΑΤΑ

$x = A \eta\mu(\omega t + \phi)$ $v = \omega A \sigma\upsilon\nu(\omega t + \phi)$ $a = -\omega^2 A \eta\mu(\omega t + \phi)$ $a = -\omega^2 x$ $F = -Dx$ $\omega = \sqrt{\frac{D}{m}}$	$D = m\omega^2$ $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{D}}$ $U = \frac{1}{2}Dx^2$ $F = -bv$ $A = A_0 e^{-\lambda t}$	$\frac{A_0}{A_1} = \frac{A_1}{A_2} = \frac{A_2}{A_3} = \dots = \sigma\tau\alpha\theta.$ $f_0 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$ $v = \lambda f$ $y = A \eta\mu 2\pi \left(\frac{t}{T} \pm \frac{x}{\lambda} \right)$	$r_1 - r_2 = N\lambda, N \in \mathbb{Z}$ $r_1 - r_2 = (2N + 1) \frac{\lambda}{2}, N \in \mathbb{Z}$ $y = 2A \sigma\upsilon\nu \frac{2\pi x}{\lambda} \eta\mu \frac{2\pi t}{T}$ $x_K = 0, \frac{\lambda}{2}, \dots, N \frac{\lambda}{2}$ $x_\Delta = \frac{\lambda}{4}, \frac{3\lambda}{4}, \dots, (2N + 1) \frac{\lambda}{4}$
--	---	---	---

A : Πλάτος x : Θέση v : Ταχύτητα a : Επιτάχυνση	ω : Γωνιακή συχνότητα ϕ : Αρχική φάση f : Συχνότητα f_0 : Ιδιοσυχνότητα	K ή k : Σταθερά ελατηρίου D : Σταθερά επαναφοράς T : Περίοδος b : Σταθερά απόσβεσης	λ : Μήκος κύματος U : Δυναμική ενέργεια y : Απομάκρυνση
--	--	--	---

ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΣΜΟΣ - ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΚΑ ΚΥΜΑΤΑ - ΕΝΑΛΛΑΣΣΟΜΕΝΑ

$E = \frac{F}{q}$ $I = \frac{dq}{dt}$ $I = \frac{V}{R}$ $I = \frac{\mathcal{E}}{R_{ολ}}$ $V = \frac{W}{q}$ $R_{ολ} = R_1 + R_2 + R_3$ $\frac{1}{R_{ολ}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$ $R = \rho \frac{\ell}{A}$ $\Delta B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I \Delta \ell}{r^2} \eta\mu \theta$	$B = \frac{\mu_0 2I}{4\pi r}$ $B = \frac{\mu_0 2\pi I}{4\pi r}$ $\Sigma B \Delta \ell \sigma\upsilon\nu \theta = \mu_0 I_{εγκ}$ $B = \mu_0 I n$ $n = \frac{N}{\ell}$ $\Phi_B = BA \sigma\upsilon\nu \theta$ $F = B q v \eta\mu \phi$ $R = \frac{mv}{ q B}$ $T = \frac{2\pi m}{ q B}$ $v = \frac{E}{B}$	$F = BI\ell \eta\mu \phi$ $F = \frac{\mu_0 I_1 I_2 \ell}{2\pi a}$ $\mathcal{E}_{επ} = Bv\ell$ $\mathcal{E}_{επ} = \frac{1}{2} B\omega\ell^2$ $\mathcal{E}_{επ} = -N \frac{d\Phi_B}{dt}$ $\mathcal{E}_{αωτ} = -L \frac{di}{dt}$ $L = \mu\mu_0 \frac{N^2}{\ell} A$ $U = \frac{1}{2} LI^2$ $\frac{E}{B} = c$	$E = E_{max} \eta\mu 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$ $B = B_{max} \eta\mu 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$ $v = V \eta\mu \omega t$ $V = NB\omega A$ $i = I \eta\mu \omega t$ $i = \frac{v}{R}$ $I_{εν} = \frac{I}{\sqrt{2}}$ $V_{εν} = \frac{V}{\sqrt{2}}$ $p = vi$ $P = \frac{W}{T}$
---	---	---	--



A : Εμβαδόν B : Μαγνητικό πεδίο E : Ηλεκτρικό πεδίο, ΗΕΔ \mathcal{E} : ΗΕΔ $\mathcal{E}_{\text{επ.}}$: ΗΕΔ από επαγωγή $\mathcal{E}_{\text{αυτ.}}$: ΗΕΔ από αυτεπαγωγή L : Συντελεστής αυτεπαγωγής I : Ένταση ηλεκτρικού ρεύματος	V : Διαφορά δυναμικού ℓ, d, a : Μήκος ή Απόσταση U : Ενέργεια Μαγνητικού πεδίου q : Ηλεκτρικό φορτίο R : Αντίσταση W : Έργο $R_{\text{ολ}}$: Ολική αντίσταση ρ : Ειδική αντίσταση F : Δύναμη T : Περίοδος	q : Ηλεκτρικό φορτίο r : Ακτίνα ή Απόσταση n : Αριθμός σπειρών ανά μονάδα μήκους N : Αριθμός σπειρών v : Ταχύτητα Φ_B : Μαγνητική ροή ϕ, θ : γωνία μ : Μαγνητική διαπερατότητα c : Ταχύτητα του φωτός	v : Στιγμιαία τάση V : Πλάτος τάσης i : Στιγμιαία ένταση I : Πλάτος έντασης $I_{\text{εν}}$: Ενεργός ένταση $V_{\text{εν}}$: Ενεργός τάση P : Μέση ισχύς p : Στιγμιαία ισχύς R : Αντίσταση W : Ενέργεια ηλ. ρεύματος Q : Θερμότητα
--	---	--	--

ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΚΒΑΝΤΟΜΗΧΑΝΙΚΗΣ

$\lambda_{\text{max}} T = \text{σταθερό}$ $c = \lambda f$ $E = hf = pc$	$p = \frac{h}{\lambda}$ $K = hf - \phi$	$\lambda - \lambda' = \frac{h}{mc} (1 - \text{συν } \varphi)$ $\Delta p_x \Delta x \geq \frac{h}{2\pi}$	$\Delta E \Delta t \geq \frac{h}{2\pi}$ $\int \Psi ^2 dV = 1$
T : Θερμοκρασία E : Ενέργεια p : Ορμή	c : Ταχύτητα φωτός f : Συχνότητα x : Θέση	λ : Μήκος κύματος φ : Γωνία t : Χρόνος	ϕ : Έργο εξαγωγής V : Όγκος Ψ : Κυματοσυνάρτηση

Πολλαπλάσια - Υποπολλαπλάσια

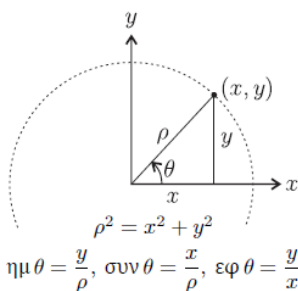
10^{12} → Tera (T)	10^3 → kilo (k)	10^{-6} → micro (μ)
10^9 → Giga (G)	10^{-2} → centi (c)	10^{-9} → nano (n)
10^6 → Mega (M)	10^{-3} → milli (m)	10^{-12} → pico (p)

Σταθερές

Μάζα Πρωτονίου $m_p = 1,67 \times 10^{-27}$ kg Μάζα Νετρονίου $m_n = 1,67 \times 10^{-27}$ kg Μάζα Ηλεκτρονίου $m_e = 9,11 \times 10^{-31}$ kg Απόλυτη τιμή φορτίου ηλεκτρονίου $e = 1,6 \times 10^{-19}$ C	Ηλεκτρονιοβόλτ $1 \text{ eV} = 1,6 \times 10^{-19}$ J Ταχύτητα του φωτός $c = 3 \times 10^8$ m/s Επιτάχυνση λόγω βαρύτητας κοντά στην επιφάνεια της Γης $g_0 = 9,8$ m/s ² Ηλεκτρική Σταθερά $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \times 10^9$ N · m ² /C ²	Σταθερά της Παγκόσμιας Έλξης $G = 6,67 \times 10^{-11}$ N · m ² /kg ² Μαγνητική διαπερατότητα του κενού $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ T · m/A Σταθερά του Planck $h = 6,63 \times 10^{-34}$ J · s $h = 4,14 \times 10^{-15}$ eV · s $hc = 12,42 \times 10^{-7}$ eV · m $hc = 1242$ eV · nm ≈ 1200 eV · nm
--	---	---

Μαθηματικό Βοήθημα

θ (°)	$\eta\mu\theta$	$\text{συν}\theta$	$\epsilon\varphi\theta$
0°	0	1	0
30°	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
37°	$\frac{3}{5}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{3}{4}$
45°	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
53°	$\frac{4}{5}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{4}{3}$
60°	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$
90°	1	0	—



Εμβαδόν Παραλληλογράμμου : $A = \beta v$
 Περίμετρος Κύκλου : $C = 2\pi r$
 Εμβαδόν Κύκλου : $A = \pi r^2$
 Εμβαδόν Σφαίρας : $A = 4\pi r^2$
 Όγκος Σφαίρας : $V = \frac{4}{3}\pi r^3$
 Μήκος τόξου κύκλου : $s = \theta r$
 $\eta\mu A + \eta\mu B = 2 \text{ συν} \frac{A-B}{2} \eta\mu \frac{A+B}{2}$



ΦΥΛΛΟ ΑΠΑΝΤΗΣΕΩΝ

Επώνυμο: Όνομα: Τάξη: ...

Πατρώνυμο: Μητρώνυμο:

Σχολείο: Τηλέφωνο Σχολείου:

ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ

1° ΘΕΜΑ

A.1.1. $\lambda_1 = \dots\dots\dots$, $h_{2,max} = \dots\dots\dots$, A.1.2. $\lambda_2 = \dots\dots\dots$

A.2.1. (στο τετράδιο)

A.2.2.

.....

.....

2° ΘΕΜΑ

B.1. $\dots\dots \leq \Delta l \leq \dots\dots$, B.2. $\Delta t = \dots\dots$, B.3. $X = \dots\dots$

3° ΘΕΜΑ

Γ.1. (στο τετράδιο) , Γ.2.1. (στο τετράδιο) , Γ.2.2. $v = \dots\dots\dots$, Γ.3. (στο τετράδιο)

ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ

4° ΘΕΜΑ

Δ.1. $T_1 = \dots\dots\dots$, $T_2 = \dots\dots\dots$

Δικαιολόγηση:

.....

.....

.....

.....

Δ.2.1. Δικαιολόγηση:

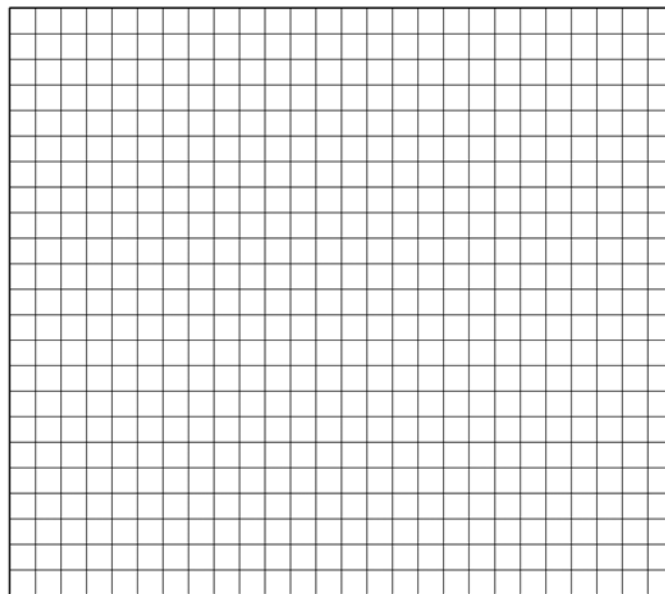
.....



.....
.....
.....

$\alpha = \dots\dots\dots$, $\beta = \dots\dots\dots$

Δ.2.2. Γραφικές παραστάσεις και ευθείες καλύτερης προσέγγισης



Δ.2.3. $\Lambda_1 = \dots\dots\dots$, $b_1 = \dots\dots\dots$, $\Lambda_2 = \dots\dots\dots$, $b_2 = \dots\dots\dots$

Δ.2.4.

.....
.....
.....
.....

Καλή επιτυχία!



Συνοπτικές Απαντήσεις

1° ΘΕΜΑ

A.1.

A.1.1. Έστω V_1 και V_2 οι ταχύτητες των Σ_1 και Σ_2 αντίστοιχα, ακριβώς πριν την κρούση μεταξύ τους και V_1' , V_2' οι ταχύτητές τους ακριβώς μετά.

Λόγω των αμελητέων διαστάσεών τους, οι σφαίρες έχουν διανύσει το ύψος h όταν συγκρούονται. Εφαρμόζοντας την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας για την κάθοδο βρίσκουμε:

$$V_1 = V_2 = \sqrt{2gh} \quad (1)$$

Από την θεωρία της ελαστικής κρούσης έχουμε:

$$V_2' = \frac{-(m_2 - m_1)V_2 + 2m_1V_1}{m_1 + m_2} \Rightarrow V_2' = \frac{(m_1 - m_2)V_2 + 2m_1V_1}{m_1 + m_2} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow V_2' = \frac{\left(1 - \frac{m_2}{m_1}\right)V_2 + 2V_1}{1 + \frac{m_2}{m_1}} \quad (2)$$

Από την διατήρηση της μηχανικής ενέργειας κατά την άνοδο της Σ_2 , έχουμε:

$$h_2 = \frac{(V_2')^2}{2g} \quad (3)$$

Δηλαδή το ύψος h_2 μεγιστοποιείται όταν η V_2' λάβει την μέγιστη τιμή της. Από την σχέση (1) έχουμε ότι $V_2' = \max$ όταν

$$\frac{m_2}{m_1} \rightarrow 0$$

Στην πράξη αυτό σημαίνει ότι:

$$m_2 \ll m_1$$

Στην περίπτωση αυτή είναι:

$$V_2' = \frac{V_2 + 2V_1}{1} \stackrel{(1)}{\Rightarrow} V_2' = 3V_1$$

οπότε το μέγιστο ύψος είναι:

$$h_{2,max} = \frac{(3V_1)^2}{2g} \Rightarrow h_{2,max} = \frac{9(V_1)^2}{2g} \stackrel{(1)}{\Rightarrow}$$
$$\stackrel{(1)}{\Rightarrow} h_{2,max} = 9h$$

A.1.2. Για $h_2 = h$ η (3) δίνει:



$$h = \frac{(V_2')^2}{2g} \stackrel{(1)}{\Rightarrow} \frac{(V_2)^2}{2g} = \frac{(V_2')^2}{2g} \Rightarrow V_2' = V_2$$

Συνδυάζοντας το αποτέλεσμα αυτό με την (2) βρίσκουμε:

$$\frac{m_2}{m_1} = 1$$

A.2.1. Το τρίγωνο $A\Gamma\Delta$ είναι ισόπλευρο εξ ορισμού, συνεπώς οι γωνίες του είναι ίσες προς 60° .

Αφού

$$2\varphi + \widehat{\Gamma A \Delta} = 180^\circ \Rightarrow \varphi = 60^\circ$$

Η ευθεία KA είναι διχοτόμος της γωνίας $\widehat{\Gamma A \Delta}$, δηλαδή:

$$\widehat{KAZ} = \widehat{KAH} = 30^\circ$$

Δεδομένου ότι η σφαίρα είναι λεία, οι δυνάμεις \vec{F}_1 και \vec{F}_2 που δέχεται από τις σανίδες θα έχουν ακτινική διεύθυνση (βλ. σχ.), δηλαδή τα τρίγωνα KAZ και KAH είναι ορθογώνια με $\widehat{AZK} = \widehat{AHK} = 90^\circ$.

Καταλήγουμε λοιπόν ότι:

$$\widehat{ZKA} = \widehat{HKA} = 60^\circ$$

Από το ορθογώνιο τρίγωνο $KZ\theta$ έχουμε:

$$\widehat{KZ\theta} = 30^\circ$$

Ομοίως από το ορθογώνιο τρίγωνο $KH\theta$ έχουμε:

$$\widehat{KH\theta} = 30^\circ$$

Από την συνθήκη ισορροπίας της σφαίρας έχουμε:

$$\begin{cases} \sum \vec{F}_x = 0 \\ \sum \vec{F}_y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F_1 \sin 30^\circ - F_2 \sin 30^\circ = 0 \\ F_1 \eta \mu 30^\circ + F_2 \eta \mu 30^\circ - w_\Sigma = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F_1 = F_2 \equiv F \\ 2F \eta \mu 30^\circ = w_\Sigma \end{cases}$$

Άρα:

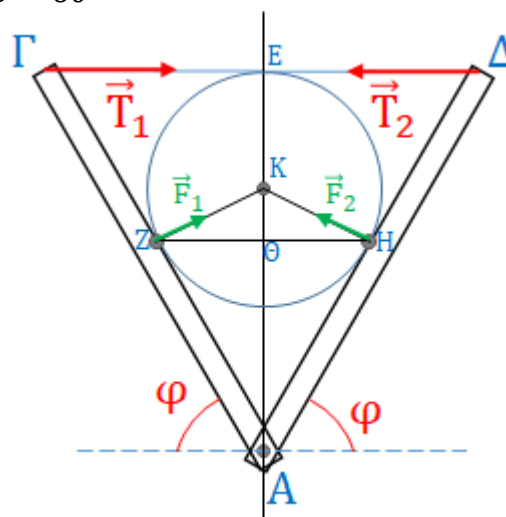
$$F = w_\Sigma$$

Έστω $\vec{F}_{A,1}$ η δύναμη που δέχεται η σανίδα ($A\Gamma$) από την άρθρωση A και \vec{F}_1' η δύναμη (αντίδραση) που ασκεί η σφαίρα στην ράβδο, άρα είναι αντίθετη της δύναμης \vec{F}_1 (δράσης) που ασκεί η ράβδος στην σφαίρα.

Από το ορθογώνιο τρίγωνο HKA έχουμε:

$$\begin{aligned} \frac{(KH)}{(AH)} &= \varepsilon \varphi 30^\circ \Rightarrow (AH) = \frac{(KH)}{\varepsilon \varphi 30^\circ} \Rightarrow (AH) = \frac{r}{\varepsilon \varphi 30^\circ} \Rightarrow \\ &\Rightarrow (AK) = 0,3m \end{aligned}$$

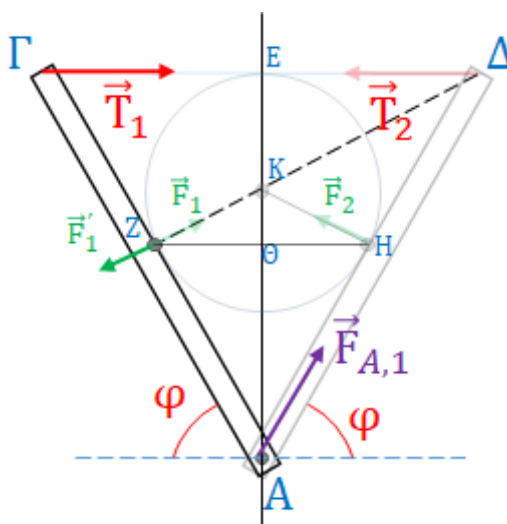
Δηλαδή:





$$(AH) = (H\Delta) = \frac{(A\Delta)}{2} = \frac{\alpha}{2}$$

Άρα το H είναι το μέσο της ράβδου $(A\Delta)$.



Σχεδιάζουμε το τμήμα $(K\Delta)$, οπότε σχηματίζεται το τρίγωνο $HΚ\Delta$, το οποίο, με βάση το προηγούμενο αποτέλεσμα είναι ίσο με το τρίγωνο $HΚΑ$, οπότε:

$$\widehat{K\Delta H} = \widehat{K\Delta A} = 30^\circ$$

Συνεπώς το τρίγωνο $AK\Delta$ είναι ισοσκελές με:

$$\widehat{AKH} = 120^\circ$$

Έτσι, προκύπτει:

$$\widehat{ZKA} + \widehat{AKH} = 180^\circ$$

Δηλαδή τα σημεία Z , K και Δ είναι συνευθειακά.

Άρα ο φορέας της \vec{F}_1' διέρχεται από το σημείο Δ .

Το ίδιο ισχύει (εξ ορισμού) για την τάση \vec{T}_1 του νήματος.

Δηλαδή ότι οι φορείς των \vec{T}_1 και \vec{F}_1' τέμνονται στο σημείο Δ .

Όμως η ράβδος $(A\Gamma)$ ισορροπεί, οπότε ο φορέας της δύναμης $\vec{F}_{A,1}$ διέρχεται επίσης από το σημείο Δ .

A.2.2. Επιπρόσθετα, μπορούμε να υπολογίσουμε τις ροπές των δυνάμεων που ασκούνται στην $(A\Gamma)$ ως προς οποιοδήποτε σημείο. Επιλέγουμε το A , οπότε προκύπτει:

$$\begin{aligned} \Sigma \tau^{(A)} = 0 &\Rightarrow \tau_{F_1'}^{(A)} - \tau_{T_1}^{(A)} = 0 \Rightarrow \tau_{T_1}^{(A)} = \tau_{F_1'}^{(A)} \Rightarrow \\ &\Rightarrow T_1(AE) = F_1'(ZA) \Rightarrow \\ &\Rightarrow T_1 = F_1' \frac{(ZA)}{(AE)} \end{aligned}$$

Από την γεωμετρία του σχήματος προκύπτουν οι σχέσεις:



$$(ZA) = (ZK) \cdot \varepsilon\phi 60^\circ = r \cdot \varepsilon\phi 60^\circ$$

και

$$(AE) = \alpha \cdot \sigma\upsilon\nu 30^\circ$$

Καταλήγουμε λοιπόν στο αποτέλεσμα:

$$T_1 = 40 \frac{0,1 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}{0,6 \frac{\sqrt{3}}{2}} N = \frac{40\sqrt{3}}{3} N$$

Με όμοιο τρόπο, ή από την συνθήκη ισορροπίας του νήματος, αποδεικνύεται ότι

$$T_2 = \frac{40\sqrt{3}}{3} N$$

2° ΘΕΜΑ

B.1. Πρέπει $\Sigma F_x = 0$, οπότε:

$$F_{\varepsilon\lambda} - m g \eta \mu \theta + T_{\sigma\tau} = 0 \Rightarrow T_{\sigma\tau} = m g \eta \mu \theta - F_{\varepsilon\lambda} \quad (1)$$

Όμως ισχύει:

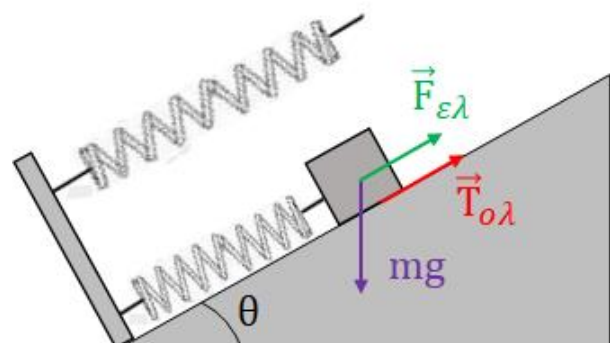
$$\begin{aligned} -\mu m g \sigma\upsilon\nu \theta \leq T_{\sigma\tau} \leq \mu m g \sigma\upsilon\nu \theta &\stackrel{(1)}{\Rightarrow} -\mu m g \sigma\upsilon\nu \theta \leq m g \eta \mu \theta - F_{\varepsilon\lambda} \leq \mu m g \sigma\upsilon\nu \theta \Rightarrow \\ \Rightarrow -m g (\mu \sigma\upsilon\nu \theta + \eta \mu \theta) \leq -F_{\varepsilon\lambda} \leq m g (\mu \sigma\upsilon\nu \theta - \eta \mu \theta) &\Rightarrow \\ \Rightarrow m g (\mu \sigma\upsilon\nu \theta + \eta \mu \theta) \geq F_{\varepsilon\lambda} \geq -m g (\mu \sigma\upsilon\nu \theta - \eta \mu \theta) &\Rightarrow \\ \Rightarrow m g (\mu \sigma\upsilon\nu \theta + \eta \mu \theta) \geq k \Delta l \geq m g (\eta \mu \theta - \mu \sigma\upsilon\nu \theta) &\Rightarrow \\ \Rightarrow \frac{m g (\mu \sigma\upsilon\nu \theta + \eta \mu \theta)}{k} \geq \Delta l \geq \frac{m g (\eta \mu \theta - \mu \sigma\upsilon\nu \theta)}{k} &\Rightarrow \\ \Rightarrow \frac{0,4 + 0,6}{10} m \geq \Delta l \geq \frac{0,6 - 0,4}{10} m &\Rightarrow \\ \Rightarrow 0,1 m \geq \Delta l \geq 0,02 m & \end{aligned}$$

Το ελατήριο λοιπόν μπορεί να είναι συσπειρωμένο από $0,02m$ ως $0,1m$.

B.2. Κατά την ολίσθηση του σώματος ασκούνται κατά την διεύθυνση της κίνησης η τριβή ολίσθησης $T_{ολ}$, η συνιστώσα του βάρους $m g \eta \mu \theta$ και η $F_{\varepsilon\lambda}$.

Η συνισταμένη των δυνάμεων αυτών μηδενίζεται όταν:

$$F_{\varepsilon\lambda} + T_{ολ} = m g \eta \mu \theta$$





δηλαδή για:

$$\Delta l_o = 0,02m$$

Σε μια τυχαία θέση που απέχει κατά x από την θέση Δl_o , η συνισταμένη των δυνάμεων είναι:

$$\Sigma F = -T_{ολ} + mg\eta\mu\theta - k(\Delta l_o + x) = -kx$$

που σημαίνει ότι, κινηματικά, η κίνηση του σώματος μέχρι να σταματήσει είναι τμήμα απλής αρμονικής ταλάντωσης με σταθερά επαναφοράς $D = k$.

Το ζητούμενο χρονικό διάστημα είναι αυτό που απαιτείται για την μετακίνηση μεταξύ των ακραίων θέσεων ταλάντωσης, δηλαδή:

$$\Delta t = \frac{T}{2} = \pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 0,1\pi s$$

B.3. Το σύστημα Σ – σφήνα είναι μονωμένο κατά την οριζόντια διεύθυνση. Εφαρμόζοντας την Αρχή Διατήρησης της Ορμής έχουμε:

$$\begin{aligned} 0 &= MV + mv_x \Rightarrow M \frac{dX}{dt} = -m \frac{dx}{dt} \Rightarrow MdX = -mdx \Rightarrow \\ &\Rightarrow \sum MdX = - \sum mdx \Rightarrow M \sum dX = -m \sum dx \Rightarrow \\ &\Rightarrow MX = -mx \end{aligned}$$

Σε σχέση με την σφήνα το Σ μετακινήθηκε κατά:

$$s = 10cm + 6cm = 16cm$$

Όμως η προβολή της μετατόπισης s στο οριζόντιο επίπεδο πρέπει να είναι ίση με το άθροισμα των αποστάσεων που έχουν διανύσει το σώμα και η σφήνα κατά τον οριζόντιο άξονα. Άρα:

$$\begin{aligned} X - x &= s \cdot \sigma\upsilon\nu\theta \Rightarrow X + \frac{M}{m}X = s \cdot \sigma\upsilon\nu\theta \Rightarrow \frac{m + M}{m}X = s \cdot \sigma\upsilon\nu\theta \Rightarrow \\ &\Rightarrow X = \frac{m}{m + M} s \cdot \sigma\upsilon\nu\theta \Rightarrow X = \frac{m}{m + M} s \cdot \sigma\upsilon\nu\theta \Rightarrow X = \frac{1}{4} 0,16 \cdot 0,8m \Rightarrow \\ &\Rightarrow X = 0,032m \end{aligned}$$

3° ΘΕΜΑ

Γ.1. Στα σημεία που έχουμε πύκνωμα των μορίων του αερίου δηλ. δεσμό, η πίεση του αερίου αυξάνεται και αυτό έχει ως αποτέλεσμα την αύξηση του ύψους της φλόγας, δηλ. φαίνεται ως κοιλία. Το αντίστροφο συμβαίνει όταν έχουμε αραίωμα.



Γ.2.1. Η απόσταση μίας κοιλίας και του αμέσως επόμενου δεσμού είναι $\lambda/4$. Η απόσταση μεταξύ δύο διαδοχικών δεσμών είναι $\lambda/2$.

Στο ανοικτό άκρο του σωλήνα δημιουργείται κοιλία. Αν δημιουργούνται N πυκνώματα (δεσμοί), το μήκος του σωλήνα θα είναι $L = \lambda/4 + (N - 1)\lambda/2$ με $N = 1, 2, 3, \dots$, οπότε

$$L = (2N - 1)\lambda/4$$

$$\lambda = \frac{4L}{2N - 1}$$

$$\frac{v}{f} = \frac{4L}{2N - 1}$$

$$v = \frac{4Lf}{2N - 1}$$

Γ.2.2. Με αντικατάσταση στη σχέση (1) βρίσκουμε $v = 259 \text{ m/s}$.

Γ.3. Για τη θεμελιώδη συχνότητα του ήχου θα ισχύει $N = 1$ και η σχέση (1) γράφεται:

$$v = 4(L + \alpha)f$$

απ' όπου έχουμε:

$$L + \alpha = \frac{v}{f} \Rightarrow L = \frac{v}{f} - \alpha$$

Όταν μεταβάλλουμε το μήκος L , βρίσκουμε κάθε φορά τη θεμελιώδη συχνότητα f .

Η γραφική παράσταση του μήκους L σε συνάρτηση με το $\frac{1}{f}$ είναι ευθεία (τέμνει τον άξονα των τεταγμένων στο $-\alpha$) με κλίση το $\frac{v}{f}$. Από την κλίση λοιπόν της ευθείας υπολογίζουμε την ταχύτητα v του ήχου στο αέριο.

ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ

4° ΘΕΜΑ

Δ.1. Ταλάντωση στο νερό: $T_1 = \frac{4,90 - 0,98}{4} \text{ s} = 0,98 \text{ s}$ (4 πλήρεις ταλαντώσεις μεταξύ t_1 και t_2)

Ταλάντωση στο λάδι: $T_2 = \frac{5,02 - 1,02}{4} \text{ s} = 1,00 \text{ s}$ (ομοίως)

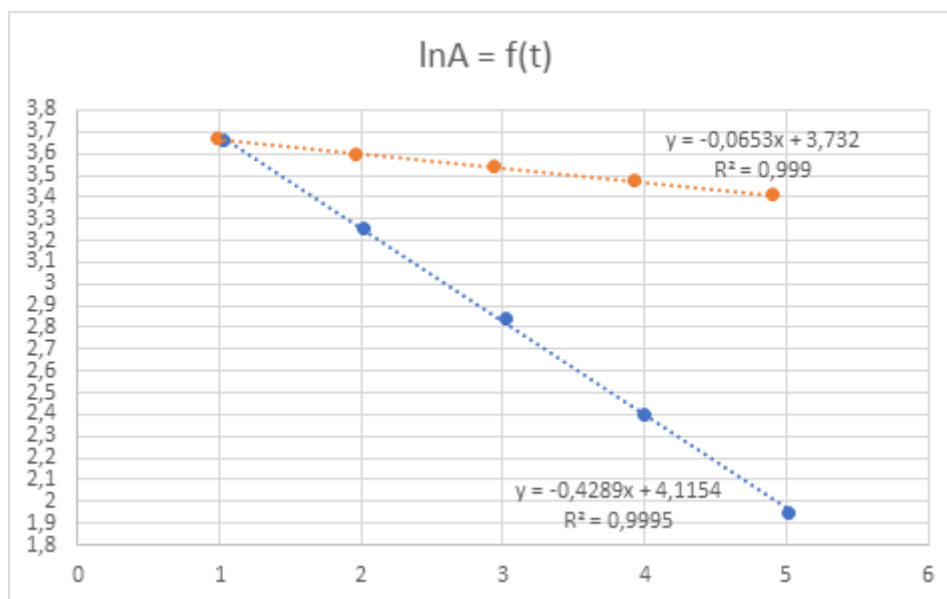
Μόνο λύσεις που λαμβάνουν υπόψη όλα τα δεδομένα είναι αποδεκτές. Εύκολα αποδεικνύεται ότι ο υπολογισμός τεσσάρων επιμέρους περιόδων και ο υπολογισμός της μέσης τιμής τους, είναι ισοδύναμος με τη δοθείσα λύση.



Δ.2.1. $A = A_0 e^{-\Lambda t} \Rightarrow \ln A = \ln A_0 - \Lambda t$

Άρα ευθεία με κλίση $\alpha = -\Lambda$ και σταθερό όρο $\beta = \ln A_0$.

Δ.2.2.



Δ.2.3. $\Lambda_1 = 0,065 \text{ s}^{-1}$, $b_1 = 2m\Lambda_1 = 0,085 \text{ kg/s}$

$\Lambda_2 = 0,429 \text{ s}^{-1}$, $b_2 = 2m\Lambda_2 = 0,558 \text{ kg/s}$

Δ.2.4. Μεγαλύτερη σταθερά απόσβεσης οδηγεί σε μεγαλύτερη περίοδο.