# Αστέρες νετρονίων (10 μονάδες)

Συζητούμε τη σταθερότητα των μεγάλων πυρήνων και εκτιμούμε την μάζα των αστέρων νετρονίων θεωρητικά και πειραματικά.

## Μέρος A. Μάζα και σταθερότητα των πυρήνων (2,5 μονάδες)

Η ενέργεια ηρεμίας ενός πυρήνα $m(Z,N)c^2$ που αποτελείται από $Z$ πρωτόνια και $N$ νετρόνια είναι μικρότερη από το άθροισμα των ενεργειών ηρεμίας των πρωτονίων και των νετρονίων, που στο εξής ονομάζονται νουκλεόνια, κατά την ενέργεια σύνδεσης $B(Z,N)$, όπου $c$ είναι η ταχύτητα του φωτός στο κενό. Αγνοώντας μικρές διορθώσεις, μπορούμε να προσεγγίσουμε την ενέργεια σύνδεσης, που αποτελείται από τον όρο όγκου $a_V$, τον όρο επιφάνειας $a_S$, τον όρο ενέργειας Coulomb $a_C$ και τον όρο ενέργειας συμμετρίας $a_{\mathrm{sym}}$, με τον ακόλουθο τρόπο.

$$m(Z,N)c^2 = Am_N c^2 - B(Z,N), \qquad B(Z,N) = a_V A - a_S A^{2/3} - a_C \frac{Z^2}{A^{1/3}} - a_{\mathrm{sym}} \frac{(N-Z)^2}{A}, \tag{1}$$

όπου $A = Z + N$ είναι ο μαζικός αριθμός, και $m_N$ είναι η μάζα των νουκλεονίων. Στον υπολογισμό, χρησιμοποιήστε $a_V \approx 15.8\ \mathrm{MeV}$, $a_S \approx 17.8\ \mathrm{MeV}$, $a_C \approx 0.711\ \mathrm{MeV}$ και $a_{\mathrm{sym}} \approx 23.7\ \mathrm{MeV}$ (1MeV = $10^6$ ηλεκτρονιοβόλτ).

| | | |
|---|---|---|
| **A.1** | Χρησιμοποιώντας την υπόθεση ότι $Z = N$, προσδιορίστε το $A$ που αντιστοιχεί στην μεγιστοποίηση της ενέργειας σύνδεσης ανά νουκλεόνιο, $B/A$. | 0.9pt |

| | | |
|---|---|---|
| **A.2** | Θεωρώντας το $A$ σταθερό, ο ατομικός αριθμός του σταθεροτερου πυρήνα $Z^*$ καθορίζεται μεγιστοποιώντας το $B(Z, A-Z)$. Για $A = 197$, υπολογίστε το $Z^*$ χρησιμοποιώντας την εξίσωση (1). | 0.9pt |

**A.3** Ένας πυρήνας με μεγάλη τιμή $A$ διασπάται σε ελαφρύτερους πυρήνες μέσω σχάσης, προκειμένου να ελαχιστοποιηθεί η συνολική ενέργεια της μάζας ηρεμίας. Για απλότητα, θεωρούμε έναν από τους διάφορους τρόπους διάσπασης ενός πυρήνα $(Z,N)$ σε δύο ίσους πυρήνες. Αυτό συμβαίνει όταν ισχύει η ακόλουθη ενεργειακή σχέση, **0.7pt**

$$m(Z,N)c^2 > 2m(Z/2, N/2)c^2, .$$

Όταν η σχέση αυτή γράφεται ως

$$Z^2/A > C_{\mathrm{fission}} \frac{a_S}{a_C},$$

να υπολογίσετε το $C_{\mathrm{fission}}$ με προσέγγιση δύο σημαντικών ψηφίων.

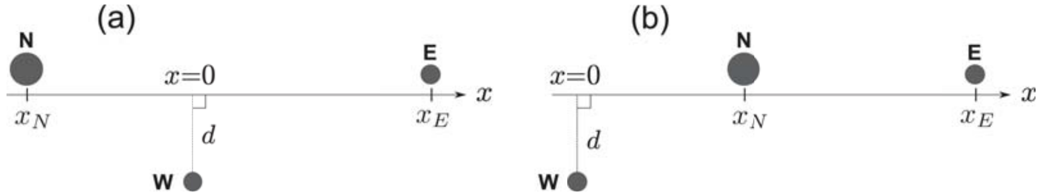
## Μέρος B. Ο αστέρας νετρονίων ως γιγαντιαίος πυρήνας (1,5 μονάδες)

Για μεγάλους πυρήνες με αρκετά μεγάλο μαζικό αριθμό $A > A_c$ όπου $A_c$ μια τιμή κατώφλιου, οι πυρήνες αυτοί παραμένουν σταθεροί και δεν υφίστανται σχάση, χάρη στην επαρκώς μεγάλη βαρυτική δυναμική ενέργεια.

| | | |
|---|---|---|
| **B.1** | Υποθέτουμε ότι οι συνθήκες $N = A$ και $Z = 0$ ισχύουν για επαρκώς μεγάλο $A$ και η εξίσωση (1) συνεχίζει να ισχύει όταν συνυπολογίζουμε την βαρυτική αλληλεπίδραση. Η βαρυτική δυναμική ενέργεια είναι $$B_{\text{grav}} = \frac{3}{5}\frac{GM^2}{R},$$ όπου $M = m_N A$ και $R = R_o A^{1/3}$ με $R_o = 1.1 \times 10^{-15} m = 1.1 fm$ είναι η μάζα και η ακτίνα του πυρήνα, αντίστοιχα. Αν ισχύει $B_{\text{grav}} = a_{\text{grav}} A^{5/3}$, να υπολογίσετε το $a_{\text{grav}}$ σε μονάδες MeV με προσέγγιση ενός σημαντικού ψηφίου. Υπολογίστε το $A_c$ με προσέγγιση ενός σημαντικού ψηφίου. Στον υπολογισμό, χρησιμοποιήστε $m_N c^2 \simeq 939\ \text{MeV}$ και $G = \hbar c / M_P^2$ όπου $M_P c^2 \simeq 1.22 \times 10^{22}\ \text{MeV}$ και $\hbar c \simeq 197\ \text{MeV} \cdot \text{fm}$. | 1.5pt |

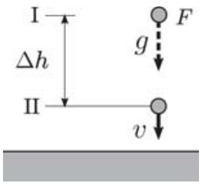
## Μέρος Γ. Αστέρας νετρονίων σε σύστημα διπλού αστέρα (6,0 μονάδες)

Μερικοί αστέρες νετρονίων είναι πάλσαρ που εκπέμπουν, με σταθερή περίοδο, ηλεκτρομαγνητικά κύματα, τα οποία εδώ, για λόγους απλότητας, αποκαλούμε ”φως”. Οι αστέρες νετρονίων συχνά σχηματίζουν συστήματα διπλού αστέρα (δυαδικά συστήματα) με έναν Λευκό Νάνο. Ας θεωρήσουμε τη διαμόρφωση του αστέρα που φαίνεται στο Σχήμα 1, όπου ένας παλμός φωτός από έναν αστέρα νετρονίων **N**, κατευθυνόμενος προς τη Γη **E**, περνάει κοντά από έναν Λευκό Νάνο **W** του δυαδικού συστήματος. Αυτοί οι παλμοί επηρεάζονται από τη βαρύτητα του αστέρα. Η μέτρησή τους οδηγεί σε ακριβή εκτίμηση της μάζας του **W**, όπως εξηγείται παρακάτω, με αποτέλεσμα την εκτίμηση της μάζας του **N**.




Εικόνα 1: Διατάξεις με τον άξονα $x$ κατά μήκος της ευθείας που συνδέει το **N** και το **E**. (a) για $x_N < 0$ και (b) για $x_N > 0$.

**C.1** Όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα, σε ομογενές βαρυτικό πεδίο (σταθερή επιτάχυνση της βαρύτητας $g$) ορίζουμε δύο επίπεδα I και II σε υψομετρική διαφορά $\Delta h (> 0)$. Τοποθετούμε τα πανομοιότυπα ρολόγια στα επίπεδα I, II και στο $F$, ένα σύστημα αναφοράς που βρίσκεται σε ελεύθερη πτώση. Συμβολίζουμε τα ρολόγια ως ρολόι-I, ρολόι-II και ρολόι-$F$, αντίστοιχα. 1.0pt




Απεικόνιση του πειράματος σκέψης.

Υποθέτουμε ότι ένας παρατηρητής, που βρίσκεται πάντοτε δίπλα στο ρολόι-$F$. Αρχικά η αφετηρία του συστήματος αναφοράς $F$ τοποθετείται στο ύψος του επιπέδου I και η ταχύτητά του είναι μηδέν. Αφού τα ρολόγια είναι πανομοιότυπα, καταγράφουν τον χρόνο με τον ίδιο ρυθμό, δηλαδή $\Delta\tau_F = \Delta\tau_{\mathrm{I}}$. Στη συνέχεια αφήνουμε το $F$ να πέσει ελεύθερα και εργαζόμαστε σε αυτό το σύστημα αναφοράς, που θεωρείται αδρανειακό. Το ρολόι-II περνάει από το ρολόι-$F$ με ταχύτητα $v$, έτσι ώστε η χρονική διαστολή να μπορεί να εκτιμηθεί με βάση τον μετασχηματισμό Lorentz. Όταν στο ρολόι-$F$ μετράται χρόνος $\Delta\tau_{\mathrm{I}}$, στο ρολόι-II μετράται χρόνος $\Delta\tau_{\mathrm{rm}II}$.
Προσδιορίστε το $\Delta\tau_{\mathrm{II}}$ ως προς το $\Delta\tau_{\mathrm{I}}$ με προσέγγιση πρώτης τάξης του όρου $\Delta\phi/c^2$, όπου $\Delta\phi = g\Delta h$ είναι η διαφορά του βαρυτικού δυναμικού, *δηλαδή* η βαρυτική δυναμική ενέργεια ανά μονάδα μάζας.

**C.2** Υπό την επίδραση του βαρυτικού δυναμικού $\phi$ οι χρονικές καθυστερήσεις αλλάζουν την φαινόμενη (effective) ταχύτητα του φωτός, $c_{\text{eff}}$, που παρατηρείται στο άπειρο, αν και η τοπική ταχύτητα του φωτός είναι $c$. Όταν $\phi(r=\infty)=0$, η $c_{\text{eff}}$ ισούται (με προσέγγιση πρώτης τάξης του όρου $\phi/c^2$) προς: 1.8pt

$$c_{\text{eff}} \approx \left(1+\frac{2\phi}{c^2}\right) c$$

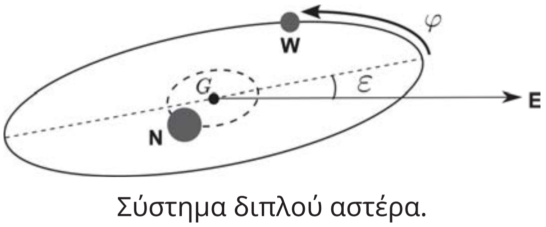
συμπεριλαμβανομένης της επίδρασης της παραμόρφωσης του χώρου, η οποία αγνοήθηκε στο ερώτημα C.1. Σημειώνουμε ότι η διαδρομή του φωτός μπορεί να θεωρηθεί ευθεία γραμμή.

Όπως φαίνεται στο Σχήμα 1(a), θεωρούμε τον άξονα $x$ κατά μήκος της διαδρομής του φωτός από το αστέρι νετρονίων **N** προς τη Γη **E** και τοποθετούμε το $x=0$ στο σημείο όπου ο Λευκός Νάνος **W** βρίσκεται πιο κοντά στη διαδρομή του φωτός. Έστω $x_N\,(<0)$ η $x$-συντεταγμένη του **N**, $x_E\,(>0)$ η συντεταγμένη του **E** και $d$ η απόσταση μεταξύ του **W** και της φωτεινής διαδρομής.

Εκτιμήστε τις μεταβολές του χρόνου $\Delta t$ άφιξης του φωτός από το N στο E που προκαλεί ο Λευκός Νάνος με μάζα $M_{\text{WD}}$ και υπολογίστε την απάντηση σε απλή μορφή, αγνοώντας τους όρους ανώτερης τάξης των ακόλουθων μικρών ποσοτήτων: $d/|x_N| \ll 1$, $d/x_E \ll 1$, και $GM_{\text{WD}}/(c^2 d) \ll 1$. Εάν είναι απαραίτητο, χρησιμοποιήστε τον ακόλουθο τύπο (με log συμβολίζεται ο φυσικός λογάριθμος):

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+d^2}} = \frac{1}{2}\log\left(\frac{\sqrt{x^2+d^2}+x}{\sqrt{x^2+d^2}-x}\right)+C.$$

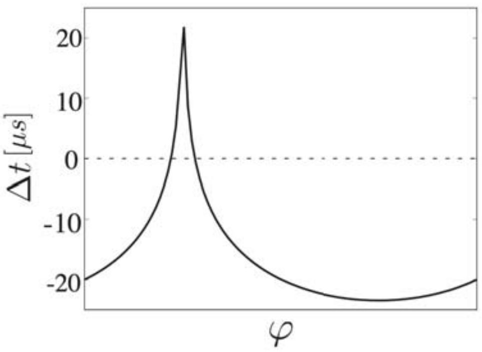
**C.3** Όπως φαίνεται παρακάτω, σε ένα δυαδικό σύστημα οι **N** και **W** υποτίθεται ότι κινούνται σε κυκλικές τροχιές με μηδενική εκκεντρότητα γύρω από το κέντρο μάζας $G$ στο επίπεδο της τροχιάς. Έστω $\varepsilon$ η γωνία κλίσης της τροχιάς που μετράται από το επίπεδο της τροχιάς προς την ευθεία που κατευθύνεται προς το **E** από το $G$, έστω $L$ η απόσταση μεταξύ των **N** και **W** και $M_{\text{WD}}$ η μάζα του Λευκού Νάνου. Στη συνέχεια, υποθέτουμε ότι $\varepsilon \ll 1$. 1.8pt




Σύστημα διπλού αστέρα.

Παρατηρούμε φωτεινούς παλμούς από το **N** στο **E** σε μεγάλες αποστάσεις από το **N**. Η διαδρομή του φωτός προς την **E** μεταβάλλεται με το χρόνο ανάλογα με τη διαμόρφωση του **N** και του **W.** Η καθυστέρηση στο χρονικό διάστημα άφιξης των παλμών στο **E** έχει τη μέγιστη τιμή $\Delta t_{\text{max}}$ για $x_N \simeq -L$ και την ελάχιστη τιμή $\Delta t_{\text{min}}$ για $x_N \simeq L$ (δείτε την εικόνα 1(b) για την διάταξη). Υπολογίστε το $\Delta t_{\text{max}} - \Delta t_{\text{min}}$ σε απλή μορφή αγνοώντας όρους ανώτερης τάξης μικρών ποσοτήτων όπως έγινε στο ερώτημα **C.2**. Θεωρούμε ότι οι καθυστερήσεις που οφείλονται στη βαρύτητα από αστρικά αντικείμενα εκτός του **W** αλληλοαναιρούνται στο χρονικό διάστημα $\Delta t_{\text{max}} - \Delta t_{\text{min}}$.

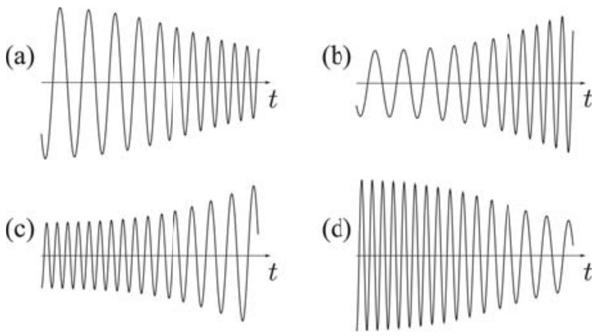
**C.4** Το παρακάτω σχήμα δείχνει τις παρατηρούμενες χρονικές καθυστερήσεις ως συνάρτηση της τροχιακής φάσης $\varphi$ για το δυαδικό αστρικό σύστημα με $L \approx 6 \times 10^6\,\mathrm{km}$ και $\cos\varepsilon \approx 0.99989$. Εκτιμήστε το $M_{\mathrm{WD}}$ ως προς την ηλιακή μάζα $M_\odot$ και γράψτε το αποτέλεσμα για το $M_{\mathrm{WD}}/M_\odot$ με προσέγγιση ενός σημαντικού ψηφίου. Εδώ μπορεί να χρησιμοποιηθεί η προσεγγιστική σχέση $GM_\odot/c^3 \approx 5\,\mu\mathrm{s}$. 0.8pt




Παρατηρούμενες χρονικές καθυστερήσεις $\Delta t$ ως συνάρτηση της τροχιακής φάσης $\varphi$ (βλ. Εικόνα στο ερώτημα **C.3**) για τον εντοπισμό των **N** και **W** στις τροχιές.

**C.5** Στο δυαδικό σύστημα αστέρων νετρονίων, δύο αστέρες εκλύουν ενέργεια και η στροφορμή τους μειώνεται, λόγω της εκπομπής βαρυτικών κυμάτων, Τελικά συγκρούονται και συγχωνεύονται. Για λόγους απλότητας, ας θεωρήσουμε μόνο μια κυκλική κίνηση με ακτίνα $R$ και γωνιακή ταχύτητα $\omega$. Τότε ισχύει $\omega = \chi R^p$ με τη σταθερά $\chi$ που δεν εξαρτάται ούτε από το $\omega$ ούτε από το $R$, όταν αγνοούνται σχετικιστικά φαινόμενα. Προσδιορίστε την τιμή για το $p$, θεωρώντας αμελητέες τις σχετικιστικές διορθώσεις. 0.4pt

**C.6** Το πλάτος του εκπεμπόμενου βαρυτικού κύματος από το δυαδικό σύστημα στο **C.5** είναι ανάλογο του $R^2\omega^2$. Το παρακάτω σχήμα δείχνει ποιοτικά τέσσερα διαφορετικά χρονικά προφίλ των παρατηρούμενων βαρυτικών κυμάτων πριν από τη σύγκρουση των δύο αστέρων. Επιλέξτε το καταλληλότερο προφίλ από το (a) έως το (d). 0.2pt




Προφίλ βαρυτικών κυμάτων βάσει παρατηρούμενων δεδομένων.

# Αστέρες νετρονίων (10 μονάδες)

## Μέρος A. Μάζα και σταθερότητα των πυρήνων (2,5 μονάδες)

**A.1** (0.9pt)

$A =$

**A.2** (0.9pt)

$Z^* =$

**A.3** (0.7pt)

$C_{\text{fission}} =$

## Μέρος B. Ο αστέρας νετρονίων ως γιγαντιαίος πυρήνας (1,5 μονάδα)

**B.1** (1.5pt)

$a_{\mathrm{grav}} =$

$A_c =$

## Μέρος Γ. Αστέρας νετρονίων σε δυαδικό σύστημα (6,0 μονάδες)

**C.1** (1.0pt)

$\Delta\tau_{\mathrm{II}} =$

**C.2** (1.8pt)

$\Delta t =$

**C.3** (1.8pt)

$\Delta t_{\text{max}} - \Delta t_{\text{min}} =$

**C.4** (0.8pt)

$M_{\mathrm{WD}}/M_{\odot} =$

**C.5** (0.4pt)

$p =$

**C.6** (0.2pt)

Το καταλληλότερο προφίλ είναι

# Solution / marking scheme – Neutron Stars (10 points)

General rules

- In the following, “coefficients” refer to the numerical factors and do not include parameters.

General rules for carryover points

- No points inside a single question.
- Only wrong answers on the answer sheet are considered.
- Answers with wrong dimensions are not considered.

## Part A. Mass and stability of nuclei (2.5 points)

**A.1** (total 0.9 pt)

( 0.9 pt)

$A = 50$

- No reduction if $A = 5.0 \times 10^1$.
- 0.8 pt if the value is in the range 49.5–50.4.

partial points

(0.2 pt) $$\frac{B}{A} = a_V - a_S A^{-1/3} - \frac{a_C}{4} A^{2/3} \tag{A.1.1}$$

- No reduction if the difference from (A.1.1) is only the overall coefficient. This rule is applied throughout.

(0.1 pt) $$\frac{d(B/A)}{dA} = 0 \tag{A.1.2}$$

(0.2 pt) $$\frac{a_S}{3} A^{-4/3} - \frac{a_C}{6} A^{-1/3} = 0 \tag{A.1.3}$$

- Points for (A.1.2) are given if (A.1.3) is stated although (A.1.2) is not explicitly written.

(0.2 pt) $$A = \frac{2a_S}{a_C} \tag{A.1.4}$$

- 0.7 pt is given if the correct expression for $A$ appears even if the intermediate steps are not fully written.

**A.2** (total 0.9 pt)

( 0.9 pt)

$Z^* = 79$

- No reduction if $Z^* = 78$.
- 0.8 pt if the value is in the range 77.5—79.4.

partial points

(0.3 pt) $$-2a_C \frac{Z^*}{A^{1/3}} - 4a_{\text{sym}} \frac{2Z^* - A}{A} = 0 \tag{A.2.1}$$

(0.4 pt) $$Z^* = \frac{1}{1 + \frac{a_C}{4a_{\text{sym}}} A^{2/3}} \cdot \frac{A}{2} \tag{A.2.2}$$

- No reduction if $a_C/4a_{\text{sym}}$ is replaced by the numerical value in the range 0.007—0.008.

**A.3** (total 0.7 pt)

( 0.7 pt)

$C_{\text{fission}} = 0.70$

- No reduction if $C_{\text{fission}} = 0.7$.

partial points

(0.3 pt) $$a_S \left[ A^{2/3} - 2 \left( \frac{A}{2} \right)^{2/3} \right] + a_C \left[ \frac{Z^2}{A^{1/3}} - 2 \frac{(Z/2)^2}{(A/2)^{1/3}} \right] > 0 \tag{A.3.1}$$

- No point if $a_V$ is not canceled.

(0.2 pt) $$\frac{Z^2}{A} > \frac{2^{1/3} - 1}{1 - 2^{-2/3}} \cdot \frac{a_S}{a_C} \tag{A.3.2}$$

- Points for (A.3.1) are given if (A.3.2) is stated although (A.3.1) is not explicitly written.
- The coefficient may have different expressions, e.g., with $x = 2^{1/3}$,

$$\frac{x-1}{1-x^{-2}} = \frac{x^2}{1+x} = \frac{x}{1+x^{-1}} = \cdots = 0.702414...$$

## Part B. Neutron star as a gigantic nucleus (1.5 points)

**B.1** (total 1.5 pt)

( 0.8 pt)

$a_{\text{grav}} = 6 \times 10^{-37}$ MeV

- No reduction if the unit is not written.
- 0.7 pt if only the order of magnitude is correct.

partial points

(0.4 pt) $$a_{\text{grav}} = \frac{3}{5}\frac{Gm_N^2}{\gamma} \tag{B.1.1}$$

(0.2 pt) $$a_{\text{grav}} = \frac{3}{5}\frac{\hbar c m_N^2}{\gamma M_P^2} \tag{B.1.2}$$

- Points for (B.1.1) are given if (B.1.2) is stated although (B.1.1) is not explicitly written.
- No reduction if $\hbar$ is mistyped.

( 0.7 pt)

$A_c = 4 \times 10^{55}$

- No reduction for $A_c = 5 \times 10^{55}$.
- 0.6 pt if only the order of magnitude is correct.

partial points

(0.2 pt) $$a_V A - a_{\text{sym}} A + a_{\text{grav}} A^{5/3} > 0 \tag{B.1.3}$$

(0.3 pt) $$A_c = \left(\frac{a_{\text{sym}} - a_V}{a_{\text{grav}}}\right)^{3/2} \tag{B.1.4}$$

- Points for (B.1.3) are given if (B.1.4) is stated although (B.1.3) is not explicitly written.

## Part C. Neutron star in a binary system (6.0 points)

**C.1** (total 1.0 pt)

( 1.0 pt)

$$\Delta\tau_{\mathrm{II}} = \left(1 - \frac{\Delta\phi}{c^2}\right)\Delta\tau_{\mathrm{I}}$$

- No points if the coefficient is wrong.

partial points

(0.3 pt) $v^2 = 2g\Delta h = 2\Delta\phi$ or $v = \sqrt{2\Delta\phi}$ (C.1.1)

(0.5 pt) $\Delta\tau_{\mathrm{II}} = \sqrt{1 - v^2/c^2}\,\Delta\tau_{\mathrm{I}}$ or $\Delta\tau_{\mathrm{II}} = \sqrt{1 - 2\frac{\Delta\phi}{c^2}}\,\Delta\tau_{\mathrm{I}}$ (C.1.2)

- Points for (C.1.1) are given if (C.1.2) is stated although (C.1.1) is not explicitly written.

**C.2** (total 1.8 pt)

( 1.8 pt)

$$\Delta t = \frac{2GM}{c^3}\log\left(\frac{4|x_N|x_E}{d^2}\right)$$

- No reduction if 4 is missing in log.
- 0.1 pt is subtracted if the modulus in $|x_N|$ is missing.
- No points if other coefficients are wrong.

partial points

(0.5 pt) $t_{\text{E-N}} = \int_{x_N}^{x_E} \frac{dx}{c_{\mathrm{eff}}(x)}$ or $\Delta t_{\text{E-N}} = \frac{\Delta x}{c_{\mathrm{eff}}(x)}$ (C.2.1)

(0.4 pt) $t_{\text{E-N}} \simeq \frac{1}{c}\int_{x_N}^{x_E} dx\left(1 + \frac{2GM}{c^2\sqrt{x^2+d^2}}\right)$ (C.2.2)

- 0.1 pt is subtracted if the coefficient is wrong.

(0.3 pt) $\Delta t = \frac{2GM}{c^3}\int_{x_N}^{x_E}\frac{dx}{\sqrt{x^2+d^2}}$ (C.2.3)

(0.3 pt) Inside the logarithm, $\sqrt{x_N^2+d^2} + x_N \simeq \frac{d^2}{2|x_N|}$ and $\sqrt{x_E^2+d^2} - x_E \simeq \frac{d^2}{2x_E}$ (C.2.4)

**C.3** (total 1.8 pt)

( 1.8 pt)

$$\Delta t_{\text{max}} - \Delta t_{\text{min}} = \frac{2GM_{\text{WD}}}{c^3} \log(4/\varepsilon^2)$$

partial points

(0.6 pt) $$\Delta t_{\text{max}} = \frac{2GM_{\text{WD}}}{c^3} \ln(4x_E/L\varepsilon^2) \quad \text{(C.3.1)}$$

- No subtraction points if the factor in ln is different but consistent with that in C.2.
- 0.1 pt is subtracted if the coefficient is wrong.

(0.2 pt) $$x_N + \sqrt{x_N^2 + d^2} \simeq 2x_N \simeq 2L \quad \text{(C.3.2)}$$

(0.4 pt) $$\Delta t_{\text{min}} = \frac{2GM_{\text{WD}}}{c^3} \ln(x_E/L) \quad \text{(C.3.3)}$$

- Points for (C.3.2) are given if (C.3.3) is stated although (C.3.2) is not explicitly written.
- 0.1 pt is subtracted if the coefficient is wrong.

0.3 pt if $L$ and $x_E$ dependence is canceled in log.

**C.4** (total 0.8 pt)

( 0.8 pt)

$M_{\text{WD}}/M_{\odot} = 0.5$

- No reduction if the value is in the range 0.4–0.5.

partial points

(0.2 pt) $$\varepsilon^2 \simeq 2 \times (1 - 0.99989) = 0.00022 \quad \text{(C.4.1)}$$

(0.2 pt) From the given graph, $\Delta t_{\text{max}} - \Delta t_{\text{min}} \approx 50\,\mu\text{s}$ (C.4.2)

- No reduction if the value from the graph is in the range 40–50 $\mu$s.

(0.2 pt) $$M_{\text{WD}}/M_{\odot} \simeq 5/\ln(4/\varepsilon^2) \quad \text{(C.4.3)}$$

- No reduction if the numerator is in the range 4–5.

**C.5** (total 0.4 pt)

( 0.4 pt)

$$p = -\frac{3}{2} \quad \text{or} \quad -1.5$$

- No points if the sign is wrong.

partial points

$$(0.3\text{ pt}) \quad R^3\omega^2 = (\text{const.}) \tag{C.5.1}$$

**C.6** (total 0.2 pt)

( 0.2 pt)

The most appropriate profile is (b).