



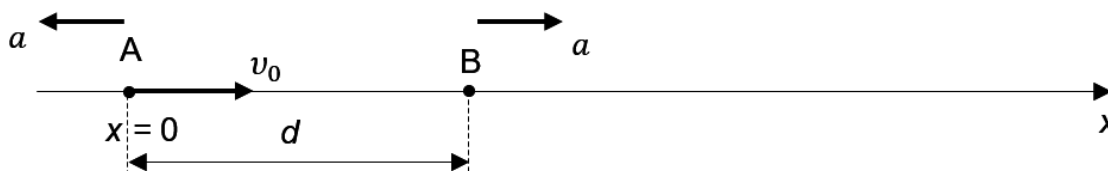
ΟΔΗΓΙΕΣ

1. Η αναλυτική λύση των θεμάτων θα γίνει γραπτώς σε τετράδιο ή σε φύλλα Α4 που θα σας δοθούν. Στον κατάλληλο χώρο του τετραδίου ή στην πρώτη σελίδα Α4 θα αναγράψετε τα ονομαστικά στοιχεία σας
2. Όλα τα ζητούμενα αριθμητικά αποτελέσματα πρέπει ΟΠΩΣΔΗΠΟΤΕ να μεταφερθούν στο **Φύλλο Απαντήσεων** που θα βρείτε αμέσως μετά τις εκφωνήσεις και το τυπολόγιο.
3. Όπου ζητούνται γραφήματα θα σχεδιαστούν στους ειδικούς χώρους του **Φύλλου Απαντήσεων**.
4. Στο τέλος της εξέτασης θα παραδώσετε το τετράδιο (ή τα φύλλα Α4) με τις αναλυτικές λύσεις σας ΜΑΖΙ με το φύλλο απαντήσεων.
5. Το Φύλλο Απαντήσεων θα συρραφεί στο τετράδιο (ή στα φύλλα Α4).
6. Τα ονομαστικά στοιχεία **ΔΕΝ** θα καλυφθούν με μαύρο αυτοκόλλητο.

ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ

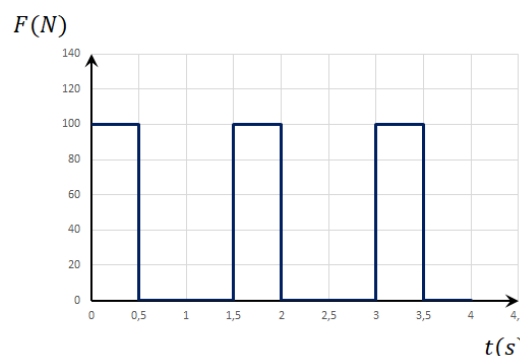
1^ο ΘΕΜΑ

Δύο πειραματικά αμαξίδια βρίσκονται πάνω στον ίδιο αεροδιάδρομο. Την στιγμή $t = 0$, το δεύτερο ξεκινά χωρίς αρχική ταχύτητα, με επιτάχυνση μέτρου a , από τη θέση που το πίσω άκρο του Β απέχει από την αρχή του άξονα απόσταση d , όπως φαίνεται στο σχήμα που ακολουθεί. Την ίδια στιγμή ο εμπρόσθιος προφυλακτήρας (σημείο Α) του πρώτου διέρχεται από την αρχή του άξονα έχοντας αρχική ταχύτητα v_0 και επιβράδυνση ίση κατά μέτρο με a . Να υπολογίσετε, ως συνάρτηση των a και d , την μέγιστη τιμή της αρχικής ταχύτητας v_0^{max} για την οποία αποφεύγεται η επαφή των αμαξιδίων.



2^ο ΘΕΜΑ

Όταν ένα παιδί κάνει πατίνι σπρώχνει τον δρόμο με το ένα πόδι, ασκώντας οριζόντια δύναμη επαφής. Η εξάρτηση της δύναμης από το χρόνο περιγράφεται στη γραφική παράσταση του διπλανού σχήματος. Όσο το πατίνι κινείται, να θεωρήσετε ότι του ασκείται σταθερή οριζόντια δύναμη μέτρου 25 N που αντιτίθεται στην κίνηση. Δίνεται ότι το παιδί μαζί με το πατίνι έχουν συνολική μάζα 25 kg .



- B.1.** Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας v του παιδιού τη χρονική στιγμή $t = 4,0\text{ s}$ εάν γνωρίζετε ότι τη χρονική στιγμή $t = 0,0\text{ s}$ το παιδί ήταν ακίνητο.
- B.2.** Στο μιλιμετρέ χαρτί που θα βρείτε στο Φύλλο Απαντήσεων να σχεδιάσετε την γραφική παράσταση του μέτρου της ταχύτητας σε συνάρτηση με το χρόνο, από τη χρονική στιγμή $t = 0,0\text{ s}$ έως τη χρονική στιγμή $t = 4,0\text{ s}$.



B.3. Να υπολογίσετε την χρονική στιγμή t_1 που το διάστημα S που έχει διανύσει το παιδί είναι $2,875 \text{ m}$.

3^ο ΘΕΜΑ

Η *διαστατική ανάλυση* είναι μια τεχνική που μάς επιτρέπει να προσδιορίσουμε τον τύπο της συνάρτησης που περιγράφει την εξάρτηση ενός φυσικού μεγέθους από άλλα, με εξαίρεση την τιμή μιας αριθμητικής σταθεράς, έστω λ . Για παράδειγμα, αν υποθέτουμε ότι η κινητική ενέργεια K ενός σώματος εξαρτάται από την μάζα m και την ταχύτητά του v , μπορούμε να ελέγξουμε την ορθότητα της υπόθεσής μας εφαρμόζοντας την τεχνική αυτή.

Ξεκινούμε, γράφοντας την σχέση $K = \lambda \cdot m^\alpha \cdot v^\beta$. Αυτό που πρέπει να γίνει είναι ο προσδιορισμός των εκθετών α και β . Η παραπάνω σχέση πρέπει να ισχύει και *διαστατικά*, δηλ. σε επίπεδο μονάδων μέτρησης των φυσικών μεγεθών), άρα θα πρέπει να ισχύει

$$J = kg^a \cdot \left(\frac{m}{s}\right)^\beta$$

Γνωρίζουμε ότι $J = kg \cdot m^2/s^2$. Συνδυάζοντας αυτές τις σχέσεις έχουμε:

$$kg \cdot \frac{m^2}{s^2} = kg^a \cdot \left(\frac{m}{s}\right)^\beta$$

Απ' όπου προκύπτει ότι $\alpha = 1$ και $\beta = 2$. Συμπεραίνουμε λοιπόν ότι ο ζητούμενος τύπος είναι

$$K = \lambda \cdot m \cdot v^2$$

Η τιμή του αριθμητικού συντελεστή λ , η οποία, στην περίπτωση της κινητικής ενέργειας, είναι, όπως γνωρίζουμε, ίση προς $1/2$, μπορεί να προκύψει από πειραματικές μετρήσεις.

Η διαστατική ανάλυση μπορεί να χρησιμοποιηθεί και για την διόρθωση της αρχικής υπόθεσης. Αν, για παράδειγμα, θεωρούμε ότι η κινητική ενέργεια εξαρτάται από την μάζα, την ταχύτητα **και** την επιτάχυνση a του σώματος, θα πρέπει να ισχύει:

$$K = \lambda \cdot m^\alpha \cdot v^\beta \cdot a^\gamma$$

Διαστατικά έχουμε:

$$kg \cdot \frac{m^2}{s^2} = kg^a \cdot \left(\frac{m}{s}\right)^\beta \cdot \left(\frac{m}{s^2}\right)^\gamma \Rightarrow kg \cdot \frac{m^2}{s^2} = kg^a \cdot \frac{m^{\beta+\gamma}}{s^{\beta+2\gamma}}$$

Από τη σχέση αυτή προκύπτει:

$$\begin{cases} \alpha = 1 \\ \beta + \gamma = 2 \\ \beta + 2\gamma = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 1 \\ \beta = 2 \\ \gamma = 0 \end{cases}$$

Από το αποτέλεσμα αυτό συμπεραίνουμε ότι η επιτάχυνση ενός σώματος δεν επηρεάζει την κινητική του ενέργεια.

Κατά τρόπο ανάλογο μπορούμε να αντιληφθούμε και την επίδραση φυσικού μεγέθους που δεν συμπεριλάβαμε στην αρχική μας υπόθεση. Για παράδειγμα, θεωρούμε ότι η δυναμική ενέργεια U λόγω θέσης ενός σώματος εξαρτάται από την μάζα του m και την ένταση g του



βαρυτικού πεδίου, δηλ.

$$U = \lambda \cdot m^{\alpha} \cdot g^{\beta}$$

Διαστατικά έχουμε:

$$\begin{aligned} kg \cdot \frac{m^2}{s^2} &= kg^{\alpha} \cdot \left(\frac{N}{kg}\right)^{\beta} \Rightarrow kg \cdot \frac{m^2}{s^2} = kg^{\alpha-\beta} \cdot N^{\beta} \Rightarrow kg \cdot \frac{m^2}{s^2} = kg^{\alpha-\beta} \cdot \left(kg \frac{m}{s^2}\right)^{\beta} \Rightarrow \\ &\Rightarrow kg \cdot \frac{m^2}{s^2} = kg^{\alpha-\beta+\beta} \cdot \frac{m^{\beta}}{s^{2\beta}} \Rightarrow kg \cdot \frac{m^2}{s^2} = kg^{\alpha} \cdot \frac{m^{\beta}}{s^{2\beta}} \end{aligned}$$

Από τη σχέση αυτή προκύπτει:

$$\begin{cases} \alpha = 1 \\ \beta = 2 \\ 2\beta = 2 \end{cases}$$

Παρατηρούμε ότι οι δύο τελευταίες σχέσεις συνιστούν ένα αδύνατο σύστημα εξισώσεων. Είναι λοιπόν πιθανό ότι έχουμε παραλείψει κάποιο αναγκαίο φυσικό μέγεθος. Ο εκθέτης β σχετίζεται με τις μονάδες m και s . Θεωρώντας βásiμα ότι ο χρόνος δεν σχετίζεται με την κινητική ενέργεια, εισάγουμε έναν επιπλέον άγνωστο στην δεύτερη εξίσωση, που εμπλέκεται το μήκος, οπότε το σύστημα γίνεται:

$$\begin{cases} \alpha = 1 \\ \beta + \sigma = 2 \\ 2\beta = 2 \end{cases}$$

το οποίο οδηγεί στην λύση:

$$\begin{cases} \alpha = 1 \\ \sigma = 1 \\ \beta = 1 \end{cases}$$

και στο συμπέρασμα ότι ο σωστός τύπος είναι:

$$U = \lambda \cdot m \cdot g \cdot [ΜΗΚΟΣ]^{\sigma=1}$$

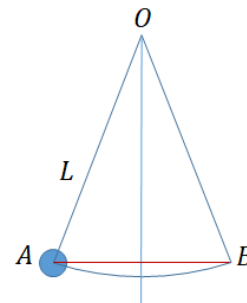
Με την κατάλληλη ακολουθία πειραμάτων μπορούμε να ελέγξουμε την τελευταία μας υπόθεση (υπολογίζοντας ταυτόχρονα τον αριθμητικό συντελεστή) και, στο μέτρο της ακρίβειας των μετρήσεών μας, να διαπιστώσουμε ότι ισχύει, άρα να καταλήξουμε στον σωστό τύπο:

$$U = m \cdot g \cdot h$$

Βλέπουμε λοιπόν ότι η επιστημονική μεθοδολογία (παρατήρηση – υπόθεση – πείραμα) διέπει την φιλοσοφία της διαστατικής ανάλυσης.



Στην απλούστερη εκδοχή του, ένα εκκρεμές αποτελείται από ένα μικρό σώμα μάζας m , δεμένο στο άκρο Α αβαρούς και ανελαστικού νήματος μήκους L , το άλλο άκρο του οποίου, έστω Ο στερεώνεται ακλόνητα π.χ. στον μηχανισμό ενός επίτοιχου ρολογιού. Φροντίζοντας το νήμα να παραμείνει τεντωμένο και να σχηματίζει γωνία λίγων μοιρών με την κατακόρυφο, εκτρέπουμε το σώμα από την θέση ισορροπίας του και το αφήνουμε ελεύθερο να κινηθεί μέσα σε βαρυτικό πεδίο. Παρατηρούμε ότι κινείται επαναλαμβανόμενα μεταξύ των συμμετρικών ως προς την κατακόρυφο θέσεων Α και Β και ότι η χρονική διάρκειας μια πλήρους επανάληψης της κίνησης $A \rightarrow B \rightarrow A$ είναι σταθερή. Η διάρκεια αυτή ονομάζεται *περίοδος* και συμβολίζεται με T .



Γ.1. (υποθέτουμε ότι) Η περίοδος T εξαρτάται από την μάζα m του σώματος, την επιτάχυνση της βαρύτητας g στον τόπο όπου έχουμε τοποθετήσει το εκκρεμές και το μήκος L του νήματος. Να εφαρμόσετε την τεχνική της διαστατικής ανάλυσης για να προσδιορίσετε την σχέση αυτή.

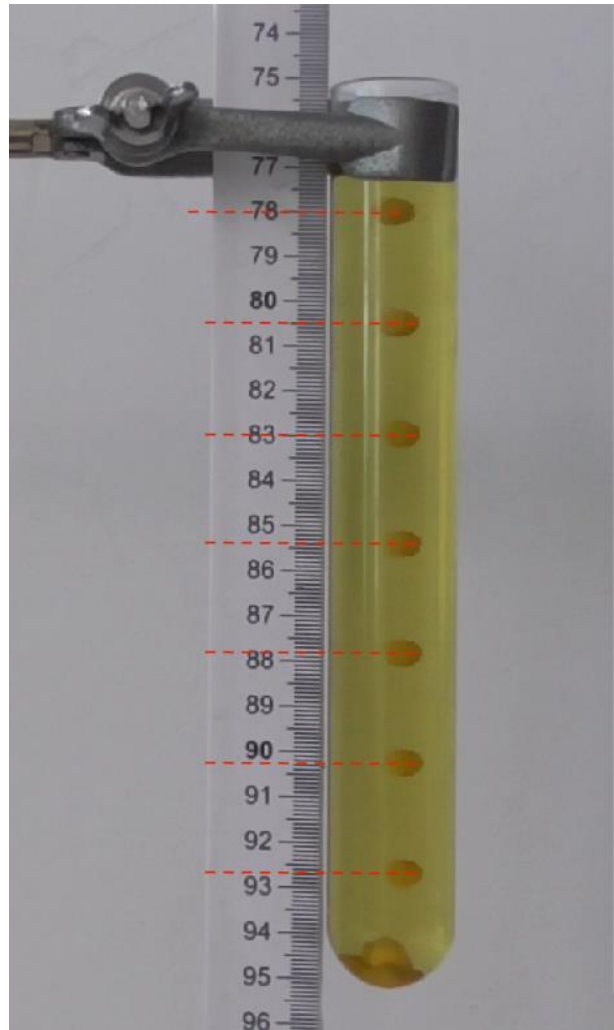
ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ

4^ο ΘΕΜΑ

Στη συνοδευτική χρονοφωτογραφία της άσκησης έχουν καταγραφεί επτά διαδοχικά στιγμιότυπα από την κατακόρυφη κίνηση μιας μικρής πλαστικής μπίλιας μέσα σε ένα δοκιμαστικό σωλήνα γεμάτο με λάδι. Τα διαδοχικά στιγμιότυπα χρονικά απέχουν μεταξύ τους $0,8\text{ s}$. Με βάση της χρονοφωτογραφία και τις βοηθητικές διακεκομμένες οριζόντιες γραμμές που έχουμε χαράξει πάνω της συμπληρώθηκε, με ακρίβεια ενός δεκαδικού ψηφίου, ο Πίνακας 1 με τα πειραματικά δεδομένα θέσης – χρόνου για την κίνηση της μπίλιας.

Πίνακας 1: Πειραματικά δεδομένα

α/α	$t\text{ (s)}$	$y\text{ (cm)}$
1	0,0	78,0
2	0,8	80,5
3	1,6	83,0
4	2,4	85,4
5	3,2	87,8
6	4,0	90,3
7	4,8	92,8



Δ.1. Να δώσετε τα χαρακτηριστικά του συστήματος συντεταγμένων (θέση αρχής, προσανατολισμός αξόνων) σε σχέση με το οποίο έχουν συμπληρωθεί τα πειραματικά δεδομένα του Πίνακα 1.

Δ.2. Να συμπληρώσετε στον πίνακα (Πίνακας 2) που υπάρχει στο Φύλλο Απαντήσεων τα πειραματικά δεδομένα σε σύστημα συντεταγμένων που έχει την αρχή του στη θέση του κέντρου της μπίλιας τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$, τον άξονα $y'y'$ κατακόρυφο και με το θετικό προσανατολισμό προς τα κάτω.

Δ.3. Να υπολογίσετε τη μέση ταχύτητα της μπίλιας στα επιμέρους χρονικά διαστήματα που σημειώνονται στον πίνακα (Πίνακας 3) που θα βρείτε στο Φύλλο Απαντήσεων.



Δ.3.1. Η μελέτη των τιμών της μέσης ταχύτητας που υπολογίσατε στον Πίνακα 3, οδηγεί στην υπόθεση ότι η κίνηση της μπίλιας είναι:

α) ομαλή , β) επιταχυνόμενη , γ) επιβραδυνόμενη.

Να σημειώσετε την επιλογή σας στο Φύλλο Απαντήσεων.

Δ.3.2. Να εξηγήσετε γιατί στην περίπτωση που η κίνηση είναι ομαλή, είναι προτιμότερο να υπολογίσετε την ταχύτητα της κίνησης ως τον μέσο όρο των έξι τιμών που υπολογίσατε στον Πίνακα 3, παρά να επιλέξετε μία από αυτές (π.χ. αυτή που εμφανίζεται τις περισσότερες φορές).

Δ.4. Να τοποθετήσετε τα πειραματικά σημεία (t, y) του Πίνακα 2 στο μιλιμετρέ χαρτί που θα βρείτε στο Φύλλο Απαντήσεων και σε σύστημα αξόνων με τις τιμές της θέσης (y) στον κατακόρυφα άξονα και τις τιμές του χρόνου (t) στον οριζόντιο.

Δ.4.1. Να δικαιολογήσετε γιατί η διάταξη των σημείων στο γράφημα δηλώνει ότι η κίνηση της μπίλιας στο λάδι (και για το χρονικό διάστημα της μελέτης μας) γίνεται με σταθερή ταχύτητα.

Δ.4.2. Πάνω στην γραφική παράσταση που κατασκευάσατε, να σχεδιάσετε την ευθεία που προσεγγίζει καλύτερα τα πειραματικά δεδομένα θέσης – χρόνου. Με τη βοήθειά της να υπολογίσετε την ταχύτητα της κίνησης της μπίλιας. Να συγκρίνετε την τιμή αυτή με τη μέση τιμή όπως αυτή υπολογίζεται από τις σχετικές τιμές του Πίνακα 3.

Δ.5. Ένα μοντέλο που περιγράφει την αντίσταση που ασκείται σε ένα σώμα που κινείται εντός ρευστού (υγρού ή αερίου) δηλώνει πως η δύναμη αυτή (F) έχει μέτρο ανάλογο της ταχύτητας (v) του σώματος και αντίθετη φορά, δηλ. $\vec{F} = -k \cdot \vec{v}$.

Δ.5.1. Με βάση το μοντέλο αυτό δικαιολογήστε γιατί η κίνηση της μπίλιας μέσα στο λάδι, μετατρέπεται σε σύντομο χρονικό διάστημα από επιταχυνόμενη σε ομαλή.

Δ.5.2. Αν το βάρος της μπίλιας είναι $0,0015 \text{ N}$, να υπολογίσετε την τιμή της σταθεράς k .



ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ ΦΥΣΙΚΗΣ Α' ΛΥΚΕΙΟΥ

Ευθύγραμμες Κινήσεις

$$\Delta x = x_2 - x_1$$

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

$$\Delta x = v \Delta t$$

$$x = vt$$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

$$v = v_0 + at$$

$$x = v_0 t + \frac{1}{2} at^2$$

$$v = at$$

$$x = \frac{1}{2} at^2$$

$$v = v_0 - at$$

$$x = v_0 t - \frac{1}{2} at^2$$

Δυναμική

$$F = F_1 + F_2$$

$$F = F_1 - F_2$$

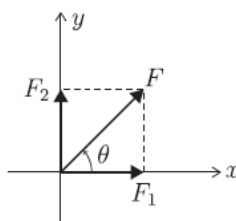
$$\vec{F} = m\vec{a}$$

$$T = \mu N$$

$$\vec{B} = m\vec{g}$$

$$v = gt$$

$$s = \frac{1}{2} gt^2$$



$$F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}$$

$$\varepsilon \varphi \theta = \frac{F_2}{F_1}$$

$$\Sigma F = \sqrt{(\Sigma F_x)^2 + (\Sigma F_y)^2}$$

$$\varepsilon \varphi \theta = \frac{\Sigma F_y}{\Sigma F_x}$$

$$\Sigma \vec{F} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} \Sigma F_x = 0 \\ \Sigma F_y = 0 \end{cases}$$

$$\Sigma \vec{F} = m\vec{a} \Leftrightarrow \begin{cases} \Sigma F_x = ma_x \\ \Sigma F_y = ma_y \end{cases}$$

Έργο - Ενέργεια

$$W_F = Fx$$

$$W_F = Fx \sin \theta$$

$$K = \frac{1}{2} mv^2$$

$$\Delta K = \Sigma W_F = W_{F(\text{ολ})}$$

$$U = mgh$$

$$W_{B(1 \rightarrow 2)} = U_1 - U_2$$

$$W_{F(1 \rightarrow 2)} = U_1 - U_2$$

F: Διατηρητική Δύναμη

$$E_{\text{μηχ.}} = K + U$$

$$K_1 + U_1 = K_2 + U_2$$

$$P = \frac{W}{t}$$

$$P = Fv$$

Σύμβολα

x : Θέση

Δx : Μετατόπιση

v : Ταχύτητα

a : Επιτάχυνση

F : Δύναμη

B : Βάρος

s : Διάστημα

ΣF : Συνισταμένη Δύναμη

W : Έργο

K : Κινητική Ενέργεια

U : Δυναμική Ενέργεια

$E_{\text{μηχ.}}$: Μηχανική Ενέργεια

P : Ισχύς



Μονάδες Μέτρησης Μεγεθών

μέτρο, m
χιλιόγραμμα, kg

δευτερόλεπτο, s
νιούτον, N

ακτίνιο, rad
τζούλ, J
βάτ, W

Πολλαπλάσια - Υποπολλαπλάσια

10^{12} → Tera (T)

10^3 → kilo (k)

10^{-6} → micro (μ)

10^9 → Giga (G)

10^{-2} → centi (c)

10^{-9} → nano (n)

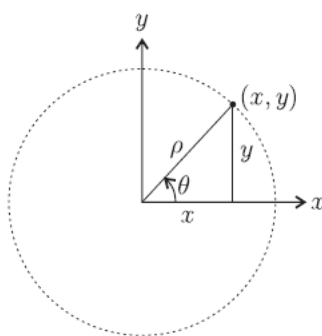
10^6 → Mega (M)

10^{-3} → milli (m)

10^{-12} → pico (p)

Μαθηματικό Βοήθημα

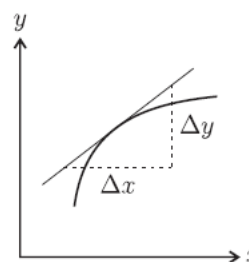
θ (°)	$\eta\mu\theta$	$\sigma\upsilon\nu\theta$	$\epsilon\varphi\theta$
0°	0	1	0
30°	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
45°	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
60°	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$
90°	1	0	—
180°	0	-1	0
270°	-1	0	—



$$\rho^2 = x^2 + y^2$$

$$\eta\mu\theta = \frac{y}{\rho} \quad \sigma\upsilon\nu\theta = \frac{x}{\rho}$$

$$\epsilon\varphi\theta = \frac{y}{x}$$



$$\kappaλίση = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

$$\text{Εμβαδόν Τριγώνου} = \frac{1}{2}\beta v$$

$$\text{Εμβαδόν Παραλληλογράμου} = \beta v$$

$$\text{Εμβαδόν κυκλικού δίσκου} = \pi\rho^2$$



ΦΥΛΛΟ ΑΠΑΝΤΗΣΕΩΝ

Επώνυμο: Όνομα: Τάξη: ...

Πατρώνυμο: Μητρώνυμο:

Σχολείο: Τηλέφωνο Σχολείου:

ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ

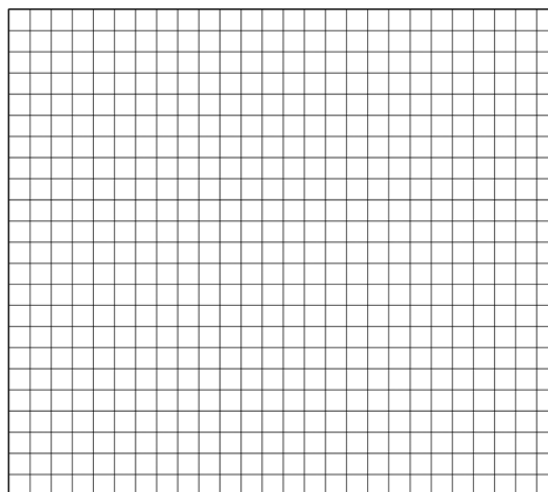
1° ΘΕΜΑ

$$v_0^{max} = \dots\dots\dots$$

2° ΘΕΜΑ

B.1. $v = \dots\dots\dots$

B.2.



B.3. $t_1 = \dots\dots\dots$

3° ΘΕΜΑ

Γ.1. $T = f(m, g, L) = \dots\dots\dots$

ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ

4° ΘΕΜΑ

Δ.1.
.....
.....
.....



Δ.2. Πίνακας 2

α/α	$t \text{ (s)}$	$y \text{ (cm)}$
1	0,0	
2	0,8	
3	1,6	
4	2,4	
5	3,2	
6	4,0	
7	4,8	

Δ.3. Πίνακας 3

α/α	$t_1 \text{ (s)}$	$t_2 \text{ (s)}$	$\Delta t = t_2 - t_1 \text{ (s)}$	$\Delta y = y_2 - y_1 \text{ (cm)}$	$v \text{ (cm/s)}$
1	0,0	0,8			
2	0,8	1,6			
3	1,6	2,4			
4	2,4	3,2			
5	3,2	4,0			
6	4,0	4,8			

Δ.3.1.

☐

ομαλή

☐

επιταχυνόμενη

☐

επιβραδυνόμενη

Δ.3.2.

.....

.....

.....

.....

.....

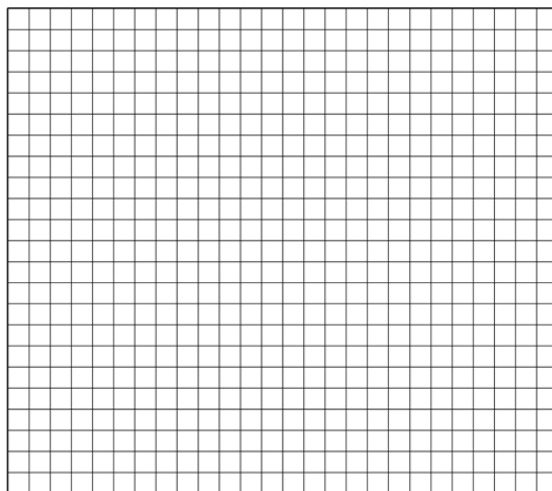
.....

.....

.....



Δ.4.



Δ.4.1.
.....
.....

Δ.4.2. (η σχεδίαση της ευθείας να γίνει πάνω στην γραφική παράσταση του Δ.4)

$v = \dots\dots\dots$

(Σύγκριση).....
.....
.....
.....

Δ.5.1.
.....
.....

Δ.5.2. $k = \dots\dots\dots$

Καλή επιτυχία!